সরল গণিত।

প্রথম ভাগ।

পাটীগণিত।

শ্রীসার গুরুদাস বন্দ্যোপাধ্যায়, কেটি,
এম-এ, ডি-এল, পিএচ্-ডি,
প্রণীত।

Calcutta
S. K LAHIRI & CO.
56, College Street
1913

বিজ্ঞাপন।

বাঙ্গালা ভাষায় পাটীগণিতের পুস্তক অনেকগুলি আছে। কিন্তু তাহাদের অধিকাংশই পাঠার্থীকে জটিল গণনার প্রশ্ন সমাধানে পটু করিবার নিমিত্ত যতটা যত্ন দেখাইয়াছে, বিদ্যার্থীকে সরল গণিতের মূল তত্ত্বানুশীলনে তৎপর করণার্থে ততটা প্রয়াস পাইয়াছে বলিয়া বোধ হয় না। তাহার কারণও সহজেই বুঝা যায়। শিক্ষার দোষেই হউক আর সংস্কারের দোষেই হউক, গণিতশাস্ত্র নীরস ও তাহার আলোচনা কষ্টকর, এই ধারণায় প্রায় কেহই ইচ্ছায় গণিতের চর্চ্চা করিতে চাহে না, যে যেটুকু চর্চ্চা করে প্রায়ই পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হইবার নিমিত্ত। এবং পরীক্ষা প্রণালীর দোষেই হউক বা গুণেই হউক, কঠিন প্রশ্ন সমাধানে দক্ষতালাভই পাটীগণিত পাঠের প্রধান উদ্দেশ্য বলিয়া পরিগৃহীত হইয়াছে। সুতরাং সেই উদ্দেশ্য সাধনোপযোগিপুস্তক প্রণয়নেই গ্রন্থকর্ত্তারা যত্নবান্ হইয়াছেন, শিক্ষাবিভাগের ও সাধারণ পাঠক সমাজের নিকট উৎসাহের অভাবে পাটীগণিতের তত্ত্বানুশীলনোপযোগিগ্রন্থ রচনায় কাহার তাদৃশ প্রবৃত্তি নাই।

এতদ্ব্যতীত, অনেকে মনে করিতে পারেন, যখন উচ্চশিক্ষার্থীরা ইংরাজি জানেন ও ইংরাজি জানা তাঁহাদের আবশ্যক, এবং ইংরাজিতে যখন শেষোক্ত শ্রেণির গ্রন্থের অভাব নাই, তখন বাঙ্গালা ভাষায় সেরূপ গ্রন্থ নিষ্প্রয়োজনীয়।

কিন্তু বঙ্গভাষার সৌষ্ঠব সংবর্দ্ধনার্থে তাহাতে সাহিত্য ইতিহাসাদি বিষয়ক গ্রন্থ প্রণয়ন যেমন বাঞ্ছনীয়, গণিত বিষয়ক দুই একখানি গ্রন্থ প্রণয়নও তেমনই বাঞ্ছনীয়। এবং ইহাও দুঃখের বিষয় যে, এই সুন্দর বাঙ্গালা ভাষা, যাহার ভাব প্রকাশিকা শক্তির কোন অভাব নাই, আমাদের কেবল অবকাশ-কালের আনন্দ বিধান করিবে, এবং সরল গণিতের সামান্য তত্ত্ব চিন্তার নিমিত্তও আমাদিগকে ভাষান্তরের আশ্রয় গ্রহণ করিতে হইবে।

এই সকল বিষয় ভাবিয়া আমি এই ক্ষুদ্র গ্রন্থ প্রণয়নে প্রবৃত্ত হইয়াছি।

ইহা শিশুদিগেব পাঠ্য নহে, একাদশ দ্বাদশ বর্ষীয় বালকদিগের পাঠোপযোগী হইবে। এবং ইহা পাঠ করিলে যাহাতে স্বল্প সাহায্যে তাহাবা সবল পাটীগণিতের মূল তত্ত্বগুলি বুঝিতে সমর্থ হয়, অন্ততঃ তাহা জানিতে উৎসুক হয়, তাহার চেষ্টা করিয়াছি। যে যে স্থলে অঙ্কের পরিবর্ত্তে অক্ষর প্রয়োগ দ্বারা পাটীগণিতের নিয়ম বা নিয়মের হেতু সুপ্রকাশ বা সপ্রমাণ করা সহজ হয়, তত্তৎস্থলে বীজগণিত হইতে পাটীগণিতের পার্থক্য রক্ষার অনর্থক অনুরোধে অক্ষর প্রয়োগে বিরত হই নাই। বরং এইরূপে ক্রমশঃ, অঙ্কের স্থলে অক্ষর প্রয়োগ দ্বারা শিক্ষার্থীকে বিশেষ দৃষ্টান্তের আলোচনা হইতে সাধারণ তত্ত্বানুশীলনে অভ্যস্ত করা, এবং পাটীগণিত পাঠ হইতে বীজগণিত অধ্যয়নে উপনীত করা, যুক্তিসিদ্ধ বলিয়াই মনে করিয়াছি।

এই পুস্তকে অনুশীলনার্থে উদাহরণ কিঞ্চিৎ আছে, তাহার আধিক্য নাই। বীজগণিতের সমীকরণ প্রণালী অবলম্বনে জটিল গণনার প্রশ্ন সমাধান সহজে হয়, এই বিবেচনায় সেরূপ প্রশ্ন এই পাটীগণিতের পুস্তকে অধিক পরিমাণে সন্নিবেশিত করি নাই।

এই পুস্তক প্রণয়নের উদ্দেশ্য উপরে এক প্রকার ব্যক্ত করিয়াছি। ফলের আশা অব্যক্ত রাখাই কর্ত্তব্য। ইতি।

নারিকেলডাঙ্গা,

শ্রীগুরুদাস বন্দ্যোপাধ্যায়।

৩রা আষাঢ়, ১৩২০।

সূচীপত্র।

তৃতীয় অধ্যায়।

চতুর্থ অধ্যায়।

পঞ্চম অধ্যায়।

ষষ্ঠ অধ্যায়।

সপ্তম অধ্যায়।

অষ্টম অধ্যায়।

সরল গণিত।

ভূমিকা।

১। যে বিদ্যা দ্বারা গণনা করিতে পারা যায় তাহাকে **গণিত** বলে।

২। গণনা নানাপ্রকার, এবং গণিতের নানা বিভাগ আছে। যথা, পাঁচ ও সাত যোগে কত হয়, অথবা ছয়কে চার দিয়া গুণ করিলে কত হয়, ইত্যাদি সংখ্যা নির্ণয় করা এক প্রকার গণনা। এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **পাটীগণিত** বলে।

যে কোন দুইটী সংখ্যার গুণফল তাহাদের প্রত্যেকের দ্বিগুণ দুইটি সংখ্যার গুণফলের কত ভাগ হইবে, অথবা যে কোন সংখ্যা ও তাহার একক দশকাদি প্রত্যেক ঘরের অঙ্কের সমষ্টি উভয়কে নয় দিয়া ভাগ করিলে উভয় ভাগ শেষ সমান হইবে কি না, ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর কোন বিশেষ সংখ্যা না লইয়া সাধারণ ভাবে নির্ণয় করা আর এক প্রকার গণনা। এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **বীজগণিত** বলে।

আবার, কোন সমকোণী চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ জানা থাকিলে তাহার বিপরীত কোণদ্বয়ের দূরত্ব কত, অথবা দুইটি চতুর্ভুজের বাহু চতুষ্টয় পরস্পর সমান হইলে তাহারা সর্ব্বাংশে সমান হইবেক না, ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর নির্ণয়ও এক প্রকার গণনা। এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **জ্যামিতি** বলে।

আরও নানাবিধ গণনা আছে এবং গণিতের আরও নানা বিভাগ আছে, তাহার কথা এখানে বলিবার প্রয়োজন নাই।

৩। পাটীগণিত, বীজগণিত, ও জ্যামিতি এই পুস্তকের প্রথম, দ্বিতীয়, ও তৃতীয় ভাগের বিষয়।

৪। পাটীগণিত, বীজগণিত, ও জ্যামিতি ইহাদের পরস্পরের নানা স্থলে ঘনিষ্ঠ সম্বন্ধ আছে। পাটীগণিতে অনেক স্থলে বীজগণিতের প্রণালী অবলম্বন করা যাইবে, পাটীগণিতে এবং বীজগণিতেও জ্যামিতির বিষয়ের উল্লেখ হইবে, এবং জ্যামিতিতেও বীজগণিতের সাহায্য লওয়া হইবে।

প্রথম ভাগ।

পাটীগণিত।

উপক্রমণিকা।

৫। এক, দুই, তিন ইত্যাদির অর্থ সকলেই জানে। এক, দুই, তিন ইত্যাদিকে **সংখ্যা** বা **রাশি** বলে।

৬। যদি এক, দুই, তিন ইত্যাদি সংখ্যা কোন বিশেষ বস্তু সম্বন্ধে বলা যায়, যথা, একটাকা, দুইসের, তিনহাত, তাহা হইলে তাহাদিগকে **অবচ্ছিন্ন** সংখ্যা বা রাশি বলে।

যদি কোন বিশেষ বস্তু সম্বন্ধে না বলিয়া কেবল এক, দুই, তিন ইত্যাদি বলা যায়, তাহা হইলে সে স্থলে তাহাদিগকে **অনবচ্ছিন্ন** সংখ্যা বা রাশি বলে।

৭। যে সকল সংখ্যা অখণ্ড একের সমষ্টি, যথা, এক, দুই, তিন, চার ইত্যাদি, তাহাদিগকে **অখণ্ড** সংখ্যা বলে।

যে সকল সংখ্যাতে একের খণ্ডাংশ থাকে, যথা, দেড়, সওয়া দুই, সাড়ে তিন ইত্যাদি, তাহাদিগকে **ভগ্নাংশ** বলে।

৮। সংখ্যা লইয়া গণনা করিতে হইলে, প্রথমতঃ ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যার নাম করণ ও তাহাদিগকে চিহ্ন বা অঙ্ক দ্বারা প্রকাশ করণ আবশ্যক। এই দুইটি ক্রিয়াকে **সংখ্যা পঠন** ও **সংখ্যা লিখন** বলা যায়। তাহার পর দুইটি সংখ্যা যোগ করিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদের **যোগ ফল** কত, একটি সংখ্যা হইতে আর একটি সংখ্যার **ব্যবকলন** বা **বিয়োগ** করিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদের **বিয়োগ ফল** কত, একটি সংখ্যা আর একটি সংখ্যা দ্বারা **গুণ** করিলে কত হয়

অর্থাৎ তাহাদের **গুণফল** কত, এবং একটি সংখ্যা আর একটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদের **ভাগ ফল** কত, এই গুলি জানা আবশ্যক। এই চারি প্রকার ক্রিয়াকে গণিতের **মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয়** বলে।

৯। (১) যদি দুইটি সংখ্যা যোগ করা যায় তাহা হইলে প্রত্যেকটিকে **যোজ্য** বলে, এবং যোগ করিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে **যোগ ফল** বা **সমষ্টি** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে + এইচিহ্ন থাকিলে তাহাদিগকে যোগ করিতে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে '**ধন**' বা '**যোগ**' বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

দুইটি রাশি বা সংখ্যার মধ্যে = এইরূপ চিহ্ন থাকিলে তাহারা সমান এই বুঝায়। এই চিহ্নকে **সমান** বা '**সমিত**' বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা ৩+২=৫,

অর্থাৎ তিন ধন দুই সমান পাঁচ।

দুইটি রাশির মধ্যে > এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি বড় এবং < এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি ছোট এই বুঝায়।

(২) যদি একটি সংখ্যা হইতে অপর একটি সংখ্যা বিয়োগ করা যায় তাহা হইলে প্রথমটিকে **বিয়োজন** ও দ্বিতীয়টিকে **বিয়োজ্য** বলে, এবং বিয়োগ করিলে যে সংখ্যা হয় তাহাকে **বিয়োগ ফল** বা **বাকি** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে — এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি হইতে দ্বিতীয়টির বিয়োগ হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে '**ঋণ**' বা '**বাদ**' বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা ৫—২=৩।

(৩) যদি একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ করা যায় তাহা হইলে প্রথমটিকে **গুণ্য** ও দ্বিতীয়টিকে **গুণক** বলে, এবং গুণ করিয়া

যে সংখ্যা হয় তাহাকে **গুণফল** বলে। গুণ্য ও গুণক উভয়কে **উৎপাদক** এবং গুণফলকে **উৎপন্ন** সংখ্যা বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে × এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির দ্বারা গুণ করিতে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে '**গুণিত**' বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা ৩ × ২ = ৬।

কোন সংখ্যা সেই সংখ্যা দ্বারা গুণিত হইলে অর্থাৎ দুইবার উৎপাদকরূপে লওয়া হইলে গুণফলকে সেই সংখ্যার **দ্বিতীয় শক্তি** বলে, এবং দ্বিতীয় শক্তিকে সংখ্যার দক্ষিণে কিঞ্চিৎ উপরে ২ লিখিয়া প্রকাশ করা যায়।

যথা ৩ × ৩ = ৩^{২} = ৯।

কোন সংখ্যা সেই সংখ্যাদ্বারা ক্রমশ দুই, তিন, ইত্যাদি বার গুণিত হইলে অর্থাৎ তিন, চারি, ইত্যাদিবার উৎপাদক রূপে গৃহীত হইলে, সেই গুণফলকে সেই সংখ্যার তৃতীয়, চতুর্থ, ইত্যাদি শক্তি বলে, এবং তাহা সংখ্যার দক্ষিণে কিঞ্চিৎ উপরে ৩, ৪, ইত্যাদি লিখিয়া প্রকাশ করা যায়।

যথা ৩ × ৩ × ৩ = ৩^{৩} = ২৭,

৩ × ৩ × ৩ × ৩ = ৩^{৪} = ৮১, ইত্যাদি।

এবং এই হিসাবে ৩^{১} = ৩।

(৪) যদি একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়, তাহা হইলে প্রথমটিকে **ভাজ্য** ও দ্বিতীয়টিকে **ভাজক** বলে, এবং ভাগ করিলে যে সংখ্যা হয় তাহাকে **ভাগফল**, ও ভাগ করিয়া যদি কিছু বাকি থাকে তাহাকে **ভাগ শেষ** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে ÷ এই চিহ্ন থাকিলে অথবা একটির নিম্নে রেখা টানিয়া তাহার নীচে অপরটি বসাইলে, প্রথমটিকে দ্বিতীয়টি দ্বারা ভাগ করিতে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে 'বিভক্ত' বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা ৬ ÷ ২ = ৩, বা $\frac{৬}{২}$ = ৩,

৭ ÷ ২ = ৩ এবং ভাগ শেষ ১।

( ), { }, [ ] এই চিহ্নগুলিকে বন্ধনী এবং ¯ চিহ্নকে দীর্ঘ মাত্রা বলে। বন্ধনীর অন্তর্গত বা দীর্ঘ মাত্রার নিম্নস্থ যে সকল রাশি থাকে তাহাদের

পরস্পরের সম্বন্ধীয় ক্রিয়া অগ্রে সম্পন্ন করিতে হয়, এবং বন্ধনীর অন্তর্গত র দীর্ঘ মাত্রার নিম্নস্থ যাহা কিছু থাকে তাহাকে একটি রাশি মনে করিতে হয়।

যথা ১২ − (৪ + ৩) = ১২ − ৭ = ৫,

১২ − (৪ − ৩) = ১২ − ১ = ১১।

এই চিহ্ন 'অতএব' অর্থবোধক। এই চিহ্ন 'কারণ' অর্থবোধক।

১০। সংখ্যা লিখন ও পঠন এই ক্রিয়াদ্বয়, এবং যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ, এই ক্রিয়া চতুষ্টয়, অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশি সম্বন্ধে প্রথমে আলোচিত হইবে। তাহার পর সেই সকল ক্রিয়া অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে, তদনন্তর সেই সেই ক্রিয়া অবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশি সম্বন্ধে, ও অবশেষে সেই সকল ক্রিয়া অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে, পৃথক্ পৃথক্ অধ্যায়ে আলোচিত হইবে।

———

প্রথম অধ্যায়।

অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশি সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

সংখ্যা পঠন ও লিখন।

১১। এক হইতে এক শত পর্য্যন্ত সংখ্যার পঠন ও অঙ্ক দ্বারা লিখন প্রণালী নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

এক	১	ষোল	১৬
দুই	২	সতের	১৭
তিন	৩	আঠার	১৮
চার	৪	উনিশ	১৯
পাঁচ	৫	কুড়ি (বা বিশ)	২০
ছয়	৬	একুশ	২১
সাত	৭	বাইশ	২২
আট	৮	তেইশ	২৩
নয়	৯	চব্বিশ	২৪
দশ	১০	পঁচিশ	২৫
এগার	১১	ছাব্বিশ	২৬
বার	১২	সাতাশ	২৭
তের	১৩	আটাশ	২৮
চৌদ্দ	১৪	উনত্রিশ	২৯
পনের	১৫	ত্রিশ	৩০

একত্রিশ	৩১	ছাপ্পান্ন	৫৬
বত্রিশ	৩২	সাতান্ন	৫৭
তেত্রিশ	৩৩	আটান্ন	৫৮
চৌত্রিশ	৩৪	উনষাট	৫৯
পঁয়ত্রিশ	৩৫	ষাট	৬০
ছত্রিশ	৩৬	একষট্টি	৬১
সাঁইত্রিশ	৩৭	বাষট্টি	৬২
আটত্রিশ	৩৮	তেষট্টি	৬৩
উনচল্লিশ	৩৯	চৌষট্টি	৬৪
চল্লিশ	৪০	পঁয়ষট্টি	৬৫
একচল্লিশ	৪১	ছেষট্টি	৬৬
বিয়াল্লিশ	৪২	সাতষট্টি	৬৭
তেতাল্লিশ	৪৩	আটষট্টি	৬৮
চুয়াল্লিশ	৪৪	উনসোত্তর	৬৯
পঁয়তাল্লিশ	৪৫	সোত্তর	৭০
ছেচল্লিশ	৪৬	একাত্তর	৭১
সাতচল্লিশ	৪৭	বাওয়াত্তর	৭২
আটচল্লিশ	৪৮	তিয়াত্তর	৭৩
উনপঞ্চাশ	৪৯	চুয়াত্তর	৭৪
পঞ্চাশ	৫০	পঁচাত্তর	৭৫
একান্ন	৫১	ছিয়াত্তর	৭৬
বাওয়ান্ন	৫২	সাতাত্তর	৭৭
তিপ্পান্ন	৫৩	আটাত্তর	৭৮
চুয়ান্ন	৫৪	উনআশি	৭৯
পঞ্চান্ন	৫৫	আশি	৮০

একাশি	৮১	একানব্বই	৯১
বিবাশি	৮২	বিবেনব্বই	৯২
তিবাশি	৮২	তিবেনব্বই	৯৩
চৌবাশি	৮৪	চোয়েনব্বই	৯৪
পঁচাশি	৮৫	পঁচানব্বই	৯৫
ছিয়াশি	৮৬	ছিয়ানব্বই	৯৬
সাতাশি	৮৭	সাতানব্বই	৯৭
আটাশি	৮৮	আটানব্বই	৯৮
উননব্বই	৮৯	নিবেনব্বই	৯৯
নব্বই	৯০	শত	১০০

১২। উপবে লিখিত সংখ্যাগুলিব নাম ও চিহ্নেব প্রতি মনোযোগেব সহিত দৃষ্টি কবিলে দেখা যায় বে,

(১) এক হইতে নয় পর্য্যন্ত প্রথম নয়টি সংখ্যার ভিন্ন ভিন্ন নাম ও ভিন্ন ভিন্ন চিহ্ন।

(২) নয়ের পারের সংখ্যাব নাম দশ ও তাহাব চিহ্ন ১০, অর্থাৎ একেব চিহ্নেব দক্ষিণে একটি নূতন চিহ্ন, ০ শূন্য।

(৩) দশ হইতে ঊনিশ পর্য্যন্ত দশটি সংখ্যাব চিহ্ন, ক্রমশঃ ১ ও তাহাব দক্ষিণে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। কুড়ি বা বিশ অর্থাৎ দুই দশ হইতে ঊনত্রিশ পর্য্যন্ত দশটি সংখ্যাব চিহ্ন ক্রমশঃ ২ ও তাহাব দক্ষিণে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। এবং এইরূপে ত্রিশ হইতে নিবেনব্বই পর্য্যন্ত সংখ্যার চিহ্ন, ক্রমান্বয়ে বামে ৩ হইতে ৯, ও তাহাদেব প্রত্যেকেব দক্ষিণে ক্রমশঃ ০ হইতে ৯।

(৪) তাহার পরের সংখ্যার অর্থাৎ দশ গুণ দশের, নাম শত, ও চিহ্ন ১ ও তাহার দক্ষিণে দুইটি শূন্য ০ ০। অর্থাৎ ১০ ও তাহার দক্ষিণে একটি শূন্য ০।

(৫) দশ হইতে নিরেনব্বই পর্য্যন্ত সংখ্যাগুলির নামেও দশটি দশটি করিয়া শ্রেণি বিভাগ দৃষ্ট হয়।

(৬) দশ হইতে উনিশ এই দশটি সংখ্যার নাম অল্লাধিক পরিবর্ত্তিতরূপে দশ, এক ও দশ, দুই ও দশ, তিন ও দশ, চার ও দশ, পাঁচ ও দশ, ছয় ও দশ, সাত ও দশ, আট ও দশ, এবং (নয় ও দশের পরিবর্ত্তে) এক কম বিশ।

উপরে যে অল্লাধিক পরিবর্ত্তিত রূপের কথা বলা হইল, তাহা একাদশ, দ্বাদশ প্রভৃতি সংস্কৃত নামে নাই, তাহা প্রাকৃত ও বাঙ্গালা নামে আছে, এবং তাহা প্রাকৃত ব্যাকরণের নিয়মানুসারে [১] হইয়াছে। যথা—

একাদশ = একাদহ = একাডহ = একাডহ = এগার,
দ্বাদশ = বাদহ, = বাডহ, = বাডহ = বার, ইত্যাদি।

এইরূপে অল্লাধিক পরিবর্ত্তিত আকারে ক্রমান্বয়ে দুইদশ, তিনদশ, চারদশ, পাঁচদশ, ছয়দশ, সাতদশ, আটদশ, নয়দশ এই কয়েকটি শব্দ বা তদ্বোধক শব্দের এক একটির সহিত, ক্রমশঃ এক হইতে আট যোগ, ও নয় যোগ স্থলে তৎপরবর্ত্তী সংখ্যার এক কম বুঝাইবার নিমিত্ত সেই সংখ্যার নামের পূর্ব্বে উন শব্দ যোগ, দেখা যায়।

১৩। এক শতের পর এক শত এক (১০১) হইতে একশত নিরেনব্বই (১৯৯) পর্য্যন্ত যাইয়া, তৎপরে দুইশত (২০০), ও তদনন্তর দুইশত এক (২০১) হইতে দুইশত নিরেনব্বই (২৯৯), এইরূপে ক্রমে নয়শত নিরেনব্বই (৯৯৯) পর্য্যন্ত গণনা করা যায়। তাহার পর দশশত অর্থাৎ সহস্র বা হাজার (১০০০), ইত্যাদি।

---

১ এ সম্বন্ধে বররুচির "প্রাকৃত প্রকাশ", দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে ১, ২, ও ৪৪ সূত্র দ্রষ্টব্য।

১৪। সংখ্যা বা রাশি চিহ্ন বা অঙ্ক দ্বারা লিখিবার সাধারণ নিয়ম—

কোন অঙ্ক একা থাকিলে তাহার মূল্য ততগুলি এক, অর্থাৎ তাহার মূল্যের কোন পরিবর্ত্তন হয় না। কোন অঙ্ক এক ঘর বামে সরিয়া গেলে তাহার মূল্য ততগুলি দশ, অর্থাৎ তাহার মূল্যের দশগুণ বৃদ্ধি হয়। দুই ঘর বামে সরিয়া গেলে তাহার মূল্যের শতগুণ বৃদ্ধি হয়। এবং এইরূপে ক্রমশ এক এক ঘর বামে সরিয়া গেলে অঙ্কের মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি হইতে থাকে।

এই নিয়মানুসারে ১, ২ ৯ ও ০ এই দশটি অঙ্কদ্বারা সকল সংখ্যাই যে লিখা যায় তাহা উপরে দেখা গিয়াছে।

এক একটি অঙ্কদ্বারা এক হইতে নয় পর্য্যন্ত লিখা যায়। দশ লিখিতে ১ ও ০ এই দুইটি অঙ্কের আবশ্যক। এবং দুই দুইটি অঙ্কদ্বারা দশ হইতে নিরেনব্বই পর্য্যন্ত লিখা যায়। একশত লিখিতে হইলে ১ ও দুইটি ০ এই তিনটি অঙ্কের আবশ্যক, এবং তিন তিনটি অঙ্কদ্বারা শত হইতে নয় শত নিরেনব্বই পর্য্যন্ত লিখা যায়। ইত্যাদি।

শূন্য ০ কোন সংখ্যা বুঝায় না এবং তাহার কোন মূল্য নাই, কিন্তু তাহা অন্য অঙ্কের স্থান ও মূল্য নির্দ্দিষ্ট করিয়া দেয়। যথা, ২৪০ ইহাতে ০ এই বুঝাইতেছে যে, এককের ঘরে কিছুই নাই, দশকের ঘরে ৪, এবং শতের ঘরে ২।

৩০৫, ইহাতে ০ এই বুঝাইতেছে যে, এককের ঘরে ৫, দশকের ঘরে কিছু নাই, এবং শতের ঘরে ৩ ইত্যাদি।

১৫। এক্ষণে প্রশ্ন উঠিতে পারে,—এই সাধারণ নিয়ম কোথা হইতে পাওয়া গেল?

এই প্রশ্নের সম্পূর্ণ উত্তর পাইবার নিমিত্ত আর একটি প্রশ্ন করা আবশ্যক—অঙ্ক বা চিহ্ন দ্বারা সংখ্যা লিখিতে গেলে কয়প্রকার বিভিন্ন প্রণালী অবলম্বন করা যাইতে পারে?—এই প্রশ্নের উত্তরে বলা যাইতে পারে, তিন প্রকার, বিভিন্ন প্রণালী অবলম্বন সম্ভবপর—

১ম। একের চিহ্ন এক দাঁড়ি। ও তাহার পর ক্রমশ প্রত্যেক সংখ্যা দাঁড়ির পার্শ্বে দাঁড়ি যোগ দ্বারা অঙ্কিত করা।

২য়। প্রত্যেক সংখ্যা এক একটি পৃথক্ চিহ্ন দ্বারা অঙ্কিত করা।

৩য়। প্রথম কএকটি সংখ্যা পৃথক্ পৃথক্ চিহ্ন দ্বারা অঙ্কিত করা ও তাহার পর অপর সমস্ত সংখ্যা সেই কএকটি চিহ্নের বিন্যাস দ্বারা অঙ্কিত করা।

প্রথম প্রণালীটি কথায় শুনিতে সহজ, কিন্তু কার্য্যে পরিণত করা কঠিন। সংখ্যা যত বড় হইবে ততই তাহা অঙ্কিত করা দুরূহ হইবে। একশত অঙ্কিত করিতে হইলে পর পর একশত দাঁড়ি অঙ্কিত করিতে হইবে।

দ্বিতীয়টিও কথায় সহজ কিন্তু কার্য্যে অতি কঠিন। প্রত্যেক সংখ্যার পৃথক্ চিহ্ন করিতে হইলে অসংখ্য পৃথক্ চিহ্নের প্রয়োজন, এবং তাহা কল্পনা করা ও স্মরণ রাখা অসাধ্য।

সুতরাং তৃতীয় প্রণালীই একমাত্র অবলম্বনীয়। তাহা হইলেই প্রশ্ন উঠিতেছে, কয়টি পৃথক্ চিহ্ন লওয়া যাইবে, এবং কি নিয়মে তাহাদিগকে বিন্যস্ত করা যাইবে।

এই প্রশ্নের উত্তর নানা দেশে নানারূপ দেওয়া হইয়াছে।

প্রাচীন গ্রীসে এক প্রকার উত্তর দেওয়া হইয়াছিল। তদনুসারে যে অঙ্ক লিখন প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহা জটিল ও তাহা অন্যত্র চলে নাই।

রোমে আর এক প্রকার উত্তর দেওয়া হয়, ও তদনুসারে যে অঙ্ক লিখন প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহাও জটিল এবং বিশেষ প্রচলিত হয় নাই। তবে তাহার নিদর্শন এখনও ঘড়ির অঙ্কে ও ইংরাজি পুস্তকের অধ্যায়ের অঙ্কে পাওয়া যায়।

ভারতবর্ষে হিন্দুরা উক্ত প্রশ্নের আর এক প্রকার উত্তর দেয়, এবং তদনুসারে যে প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহাই উপরে ১৪ ধারায় বিবৃত হইয়াছে। অর্থাৎ এই প্রণালীতে এক হইতে নয় পর্য্যন্ত নয়টি সংখ্যায় ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত নয়টি পৃথক্ চিহ্ন ও শূন্য বুঝাইতে আর একটি পৃথক্ চিহ্ন • লওয়া হয়, এবং প্রত্যেক অঙ্ক বামে এক এক ঘর সরিলে তাহার মূল্য দশ দশ গুণ

বৃদ্ধি হইবে, অঙ্ক বিন্যাসের এই নিয়ম স্থির হয়। এই প্রণালী এক্ষণে সভ্য জগতে প্রায় সর্ব্বত্রই প্রচলিত। হিন্দুদিগের নিকট হইতে শিক্ষা করিয়া মুসলমানেরা ইহা ইউরোপে প্রচারিত করে।

১৮। এক্ষণে পূর্ব্বোক্ত প্রশ্নের অর্থাৎ অঙ্ক বামে সরিয়া গেলে তাহার মূল্য দশগুণ বৃদ্ধি হইবে এই নিয়ম কোথা হইতে পাওয়া গেল এই কথার উত্তর অনুসন্ধান করা যাউক। এই প্রশ্নের সহজ উত্তর বোধ হয় এই যে, এক হইতে নিরেনব্বই পর্য্যন্ত সংখ্যার নামে যখন দশ দশটি করিয়া শ্রেণি বিভাগ দেখা যাইতেছে তখন সম্ভবতঃ সংখ্যাগুলির নাম হইতেই তাহাদের উপরি উক্ত এক এক ঘর বামে গতিতে দশ দশগুণ মূল্য বৃদ্ধির নিয়ম পাওয়া গিয়া থাকিবে।

কিন্তু তাহার পর প্রশ্ন উঠিতে পারে, সংখ্যার নামে নয় নয়টি বা এগার এগারটি করিয়া না লইয়া দশ দশটি করিয়া শ্রেণি বিভাগ কেন হইল?

এই প্রশ্নের উত্তরে বলা যাইতে পারে যে মনুষ্যের আদিম অবস্থায় হস্তের অঙ্গুলি নির্দ্দেশ দ্বারা গণনা চলা সম্ভবপর। আমাদের দুই হস্তে দশটি অঙ্গুলি থাকায় একজন মনুষ্য অঙ্গুলি দ্বারা দশ পর্য্যন্ত গণিতে পারে, তাহার অধিক সংখ্যা গণনার নিমিত্ত দ্বিতীয় একজন লোকের সাহায্য আবশ্যক, এবং দশের পরের সংখ্যা এক ও দশ তাহার পরের সংখ্যা দুই ও দশ তাহার পরের সংখ্যা তিন ও দশ, এইরূপে ক্রমান্বয়ে অভিহিত হওয়া সম্ভাব্য। অঙ্গুলি দ্বারা গণনা করিতে গেলে, প্রথম ব্যক্তির দশটি অঙ্গুলি একবার নির্দ্দিষ্ট হওয়ায়, অর্থাৎ দশ পর্য্যন্ত গণনা হওয়ার পর, সম্ভবতঃ দ্বিতীয় ব্যক্তিকে ঐ গণনায় নিদর্শন স্বরূপ একটি অঙ্গুলি তুলিয়া রাখিতে বলা হইত, এবং প্রথমব্যক্তি সমস্ত অঙ্গুলি গুলি মুড়িয়া পুনরায় এগার বার ইত্যাদি গণিতে ক্রমশ একটি, দুইটি, ইত্যাদি অঙ্গুলি উত্তোলিত করিয়া কুড়ি পর্য্যন্ত গণিলে দ্বিতীয় ব্যক্তি আর একটি অঙ্গুলি তুলিত। এইরূপে কুড়ি দুই দশ, একুশ এক ও দুই দশ, বাইশ দুই ও দুইদশ ইত্যাদি নামে অভিহিত হওয়াই সম্ভাবনা যোগ্য।

উপরে যাহা বলা হইল তাহা অনুমান মাত্র, তবে তাহা যুক্তি সঙ্গত অনুমান বটে।

উপরে উক্ত কথাগুলি মনে রাখিলে দেখা যায়, অঙ্ক দ্বারা সংখ্যা লিখিবার প্রচলিত নিয়মানুসারে এককের ঘরের অঙ্ক গণনা কালে প্রথম ব্যক্তির উত্তোলিত অঙ্গুলির সংখ্যা, দশকের ঘরের অঙ্ক দ্বিতীয় ব্যক্তির উত্তোলিত অঙ্গুলির সংখ্যা, শতকের ঘরের অঙ্ক তৃতীয় ব্যক্তির উত্তোলিত অঙ্গুলির সংখ্যা ইত্যাদি।

১৭। আর একটি প্রশ্ন উঠিতে পারে, অঙ্কগুলির আকৃতি ১, ২, ৩, ইত্যাদি রূপ হইল কেন?

এই প্রশ্নের উত্তরে বলা যাইতে পারে একটি রেখাদ্বারা এক, দুইটি রেখার দ্বারা দুই তিনটি রেখার দ্বারা তিন, এইরূপে সংখ্যা লিখনের প্রথম অবস্থায় সংখ্যাগুলি অঙ্কিত হওয়া সম্ভবপর। এবং দ্রুত লিখিতে গেলে প্রত্যেক অঙ্কের রেখাগুলি বিশেষরূপে বিন্যস্ত ও সংযুক্ত হওয়া ও সম্ভাব্য। এইরূপে

এক দুই তিন চারি পাঁচ ছয় সাত আট নয়

এই আকার ধারণ করিয়া থাকিবে। এবং উক্ত আকার অতি অল্প পরিবর্তনেই বর্তমান

১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯

আকারে পরিণত হইয়াছে।

উপরে বলা হইয়াছে, গণকের উত্তোলিত অঙ্গুলির সংখ্যাই গণিত অঙ্কের জ্ঞাপক। তাহা হইলে বদ্ধমুষ্টি শূন্য জ্ঞাপক। এবং বদ্ধমুষ্টি প্রায় গোলাকার, অতএব শূন্যের চিহ্ন ০ হওয়াই সঙ্গত। নয়ের চিহ্ন সম্বন্ধে আর একটি কথা বলা যাইতে পারে। শূন্যের বামে এক দিয়া যেমন দশ হয়, শূন্যের দক্ষিণে অর্থাৎ বিপরীত দিকে এক দিয়া দশের এক কম অর্থাৎ নয় হইবে, একূপ সঙ্কেত করা অসম্ভব নহে, এবং তাহা হইলে নয়ের চিহ্ন ০১ হওয়া ও তাহা হইতে নয়ের বর্তমান আকার ৯ হওয়া সম্ভবপর। আর এইভাবে দেখিলে দেবনাগর ৫ ও ইংরাজি 9 ইহাদের আকার ঐ ঐ রূপ কেন হইল তাহা বুঝিতে পারা যায়।

মূলে রেখা সংযোগে ও পরে ক্রম রেখা বিন্যাসের ব্যতিক্রমে যে অঙ্কের বর্ত্তমান আকারের উৎপত্তি হইয়াছে তাহা বাঙ্গালা ও ইংরাজিতে আপাতত বিসদৃশ দুইটি অঙ্কের আকার আলোচনা করিলেই স্পষ্ট দেখা যাইবে।

বাঙ্গালা ৪ ও ৮ আকারে ইংরাজি 4 ও 8 হইতে বিসদৃশ। কিন্তু

৪ অর্থাৎ [চিহ্ন] এবং 4 অর্থাৎ [চিহ্ন]

চারিটি রেখার বিন্যাস।[১]

আর ৮ অর্থাৎ [চিহ্ন] এবং 8 অর্থাৎ [চিহ্ন]

আটটি রেখার বিন্যাস।

১৮। অঙ্কের ঘরগুলি ক্রমশ বামে সরিয়া গেলে তাহাদের যে নাম দেওয়া হয় তাহা নিম্নে লিখিত হইল।

পরার্দ্ধ বা সহস্র কোটি কোটি	মধ্য বা শত কোটি কোটি	অন্ত্য বা দশ কোটি কোটি	জলধি বা কোটি কোটি	শঙ্খ বা দশ লক্ষ কোটি	মহাপদ্ম বা লক্ষ কোটি	নিখর্ব্ব বা দশ সহস্র কোটি	খর্ব্ব বা সহস্র কোটি	অব্জ বা শতকোটি	অর্ব্বুদ বা দশ কোটি	কোটি	নিযুত বা দশ লক্ষ	লক্ষ	অযুত বা দশহাজার	সহস্র বা হাজার	শত	দশ	এক
১৮	১৭	১৬	১৫	১৪	১৩	১২	১১	১০	৯	৮	৭	৬	৫	৪	৩	২	১

কোটির বামে দশকোটি, শতকোটি, ইত্যাদি নাম গুলিই প্রচলিত।

১। রেখা সংযোগে অঙ্কের উৎপত্তি এই কথা সম্বন্ধে Ball's History of Mathematics p 147 এবং Encyclopœdia Britannica, 9th Edition, Vol XVII p 626 (Article Numerals) দ্রষ্টব্য।

উপরে যাহা বলা হইল তাহা নিম্ন লিখিত রূপে ও দর্শিত হইতে পারে।

এক—	$১ = ১$
দশ—	$১০ = ১০^{১}$
শত—	$১০০ = ১০^{২}$
সহস্র—	$১০০০ = ১০^{৩}$
দশ সহস্র—	$১০০০০ = ১০^{৪}$
লক্ষ—	$১০০০০০ = ১০^{৫}$
দশ লক্ষ—	$১০০০০০০ = ১০^{৬}$
কোটি—	$১০০০০০০০ = ১০^{৭}$
দশ কোটি—	$১০০০০০০০০ = ১০^{৮}$
শত কোটি—	$১০০০০০০০০০ = ১০^{৯}$
সহস্র কোটি—	$১০০০০০০০০০০ = ১০^{১০}$
দশ সহস্র কোটি—	$১০০০০০০০০০০০ = ১০^{১১}$
লক্ষ কোটি—	$১০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১২}$
দশ লক্ষ কোটি—	$১০০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১৩}$
কোটি কোটি—	$১০০০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১৪}$

ইত্যাদি।

১৯। অঙ্ক দ্বারা লিখিত সংখ্যার নিম্নলিখিতরূপে বিশ্লেষ করা যাইতে পারে। যথা $২৫ \quad ২০+৫=২\times১০+৫$।

$$৪২৫=৪০০+২০+৫=৪\times১০০+২\times১০+৫$$

$$=৪\times১০^{২}+২\times১০+৫।$$

$$৩৪২৫ - ৩০০০+৪০০+২০+৫$$

$$=৩\times১০^{৩}+৪\times১০^{২}+২\times১০+৫।$$

২০। সাধারণতঃ যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ককে অ বলা যায়, এবং দশ শত প্রভৃতি ঘরের অঙ্ক গুলিকে অর্থাৎ এককের একঘর বামের, দুইঘর বামের ইত্যাদি অঙ্কগুলিকে $অ_১$, $অ_২$ ইত্যাদি মনে করা যায়, আর যদি সেই সমগ্র সংখ্যাটি স চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা যায়, এবং তাহাতে এককের বামে ন সংখ্যক ঘর অর্থাৎ মোট ন+১ ঘর থাকে, তাহা হইলে

সর্ব্ববামের ঘরের অঙ্ক $অ_ন$ তাহার মূল্য $অ_ন \times ১০^ন$ হইবে, এবং

$$স = অ_ন \times ১০^ন + অ_{ন-১} \times ১০^{ন-১} + \quad + অ_২ \times ১০^২ + অ_১ \times ১০^১ + অ।$$

এই স্থলে দুইটি কথা মনে রাখা উচিত। প্রথমতঃ, ১, ২, ৩, ইত্যাদি অঙ্ক না লইয়া, অ, ন, স ইত্যাদি বর্ণমালার অক্ষর ব্যবহার করার কারণ এই যে, ১, ২, ৩, ইত্যাদি বিশেষ অঙ্ক লইয়া কোন সাঙ্কেতিক সূত্র বা নিয়ম রচনা বা সপ্রমাণ করিলে, তাহা কেবল সেই বিশেষ অঙ্ক সম্বন্ধে খাটে, সাধারণতঃ খাটে না এরূপ মনে হইতে পারে, কিন্তু অঙ্কের পরিবর্ত্তে অক্ষর লইলে তাহা সাধারণতঃ যেকোন অঙ্ক বুঝাইতে পারে, সুতরাং অঙ্কের স্থলে অক্ষর দিয়া রচিত বা প্রমাণীকৃত সাঙ্কেতিক সূত্র বা নিয়ম সাধারণতঃ খাটে ইহা সহজেই বুঝা যায়। সাঙ্কেতিক সূত্রের বা প্রমাণের সাধারণত্ব প্রতিপাদনার্থে অঙ্কের পরিবর্ত্তে অক্ষরের প্রয়োগ করা যায়। দ্বিতীয়তঃ অ, $অ_১$, $অ_২$ ইত্যাদি সম্পূর্ণ বিভিন্ন অঙ্কের চিহ্ন। তবে অঙ্কের পরিবর্ত্তে অঙ্ক শব্দের আদ্য অক্ষর অ ব্যবহার করা যেমন সুবিধাজনক তেমনি এককের ঘরের একঘর, দুইঘর প্রভৃতি বামের অঙ্কগুলিকে $অ_১$, $অ_২$ প্রভৃতি অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা সুবিধাজনক, কারণ নিম্নের পার্শ্বস্থ ১, ২ ইত্যাদি দ্বারা $অ_১$, $অ_২$ ইত্যাদি অঙ্কগুলি কোন ঘরের তাহা দেখিবামাত্র জানা যায়।

২১। অঙ্ক দ্বারা লিখিত কোন সংখ্যার দক্ষিণে এক একটি শূন্য ০ বসাইলে তাহা দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পায়। ইহার কারণ এই যে, একটি শূন্য দক্ষিণে বসাইলে প্রত্যেক অঙ্ক বামে এক এক ঘর সরিয়া যাওয়ায় প্রত্যেক অঙ্কের মূল্য দশ গুণ বর্দ্ধিত হয়। সুতরাং সমস্ত সংখ্যার মূল্যও দশ গুণ বর্দ্ধিত হয়। সংখ্যার বামে শূন্য বসাইলে কোন ফল হয় না।

১। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি অঙ্ক দ্বারা লিখ,—

(১) দশ, বার, পনের, উনিশ, আটাশ, তেতাল্লিশ, ছাপান্ন, একষট্টি, চৌরাশি, নিরেনব্বই।

(২) এক শত এক, এক শত দশ, এক শত চুয়ান্ন, তিন শত, চার শত পাঁচ, পাঁচ শত ষাট, সাত শত চুয়াত্তর।

(৩) এক লক্ষ এক, দুই লক্ষ তিন শত, তিন লক্ষ ছয় সহস্র সাত শত নয়, চার লক্ষ ছাপ্পান্ন হাজার চার, পাঁচ লক্ষ সাতষট্টি হাজার চার শত বত্রিশ।

(৪) পাঁচ কোটি চৌষট্টি লক্ষ বত্রিশ হাজার এক শত আটাত্তর।

২। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি কথায় লিখ।

(১) ১৮, ২০, ৩৭, ৫৮, ৬৯, ৮৫, ৯৭।

(২) ২০৩, ৩৪০, ৪৫৬, ৬৯০, ৭০৮, ৯৯৯।

(৩) ১০০৯, ২০২৯, ৩৬৯০, ৪৮৬২।

(৪) ১২৩৪৫৬৭৮৯, ৯৮৭৬৫৪৩২১, ১০২০৩০৪০৫।

৩। উপরের লিখিত (৩) ও (৪) উদাহরণের সংখ্যাগুলিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি বিশ্লেষ করিয়া লিখ।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

যোগ।

২২। যোগের নামতা নিম্নে লিখিত হইল।

	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১
৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২
৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩
৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪
৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫
৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬
৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭
৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮

উপরের প্রথম সারের ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ পর্য্যন্ত এক একটি অঙ্ক লইয়া তাহার উপর নীচে প্রথম সারের ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত প্রত্যেক অঙ্কের সহিত যোগ করিলে যোগফল সেই সেই অঙ্কের বামে প্রথমোক্ত অঙ্কের নিম্নে পাওয়া যাইবে। এবং যোগ নামতা এইরূপে পড়িতে হইবে, যথা—

১ আর ১, ২। ১ আর ২, ৩। ১ আর ৩, ৪। ইত্যাদি।
২ আর ১, ৩। ২ আর ২, ৪। ২ আর ৩, ৫। ইত্যাদি।

এইরূপে ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত প্রত্যেক অঙ্কের ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত যে কোন অঙ্কের সহিত যোগে যোগফল কত হয় জানা যাইবে।

তাহার পর ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত যে কোন অঙ্ক ৯ অপেক্ষা অধিক কোন সংখ্যার সহিত যোগ করিতে হইলে প্রথমোক্ত অঙ্ক শেষোক্ত সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্কের সহিত যোগ নামতার সাহায্যে যোগ করিয়া তাহাতে শেষোক্ত সংখ্যার দশক যোগ করিলে যোগফল পাওয়া যাইবে।

২৩। **যোগের নিয়ম।** যোজ্য সংখ্যাগুলি অঙ্ক দ্বারা এরূপে নীচে নীচে লিখিবে যে একক, দশক, শতক ইত্যাদির নীচে ক্রমান্বয়ে একক, দশক, শতক ইত্যাদি পড়ে। সর্ব্ব নিম্নের সংখ্যার নীচে একটি রেখা টানিবে। তার পর যোগ নামতার সাহায্যে এককের ঘরের অঙ্কগুলি ক্রমশঃ উপর হইতে নীচে যোগ করিয়া যোগফলের এককের ঘরের অঙ্কটি রেখার নিম্নে এককের স্থানে লিখিবে। তাহার দশকের ঘরের অঙ্ক যোজ্য সমূহের দশকের ঘরের অঙ্কগুলির সহিত যোগ করিয়া সেই যোগফলের দশকের অঙ্ক রেখার নিম্নে দশকের ঘরে লিখিবে। তাহার শতকের ঘরের অঙ্ক যোজ্য সমূহের শতকের ঘরের অঙ্কগুলির সহিত যোগ করিয়া যোগফলের শতকের অঙ্ক রেখার নিম্নে শতকের ঘরে লিখিবে। আর তাহার সহস্রকের ঘরের অঙ্ক যোজ্যগুলির সহস্রকের ঘরের অঙ্কের সহিত যোগ করিবে। এইরূপে যোজ্যের শেষ অর্থাৎ সর্ব্বোচ্চ শ্রেণি পর্য্যন্ত যাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে। যোজ্য সংখ্যাগুলির একক দশক প্রভৃতির ঘরের অঙ্কগুলি পৃথক্ পৃথক্ যোগ করাই এই নিয়মের মূল কথা।

উদাহরণ

১২৩ = ১০০ + ২০ + ৩

৪২৫৫ ৪০০০ + ২০০ + ৫০ + ৫

৯০২৪ - ৯০০০ + ০ + ২০ + ৪

১৩৪০২ ১৩০০০ + ৩০০ + ৯০ + ১২

= ১৩০০০ + ৩০০ + ৯০ + ১০ + ২

= ১৩০০০ + ৩০০ + ১০০ + ২

= ১৩০০০ + ৪০০ + ২

= ১৩৪০২ ।

২৪। যোগ ক্রিয়ার **শুদ্ধতার পরীক্ষা**। যোজ্যগুলির একক আদি ঘরের অঙ্কগুলিকে ক্রমশঃ নীচে হইতে উপরে যোগ করিয়া যে যোগফল পাওয়া যায় তাহা যদি পূর্ব্ব লব্ধ যোগফলের সহিত মিলে তবে যোগ ক্রিয়া শুদ্ধরূপে হইয়াছে অনুমান করা যাইবে। কারণ যোজ্য সমুদয়কে উপর হইতে নীচে বা নীচে হইতে উপরে যে ভাবেই লওয়া যাউক তাহাদের যোগফল অবশ্যই সমান হইবে।

২৫। কোন সংখ্যার সহিত ০ যোগ করিলে যোগফল সেই সংখ্যাই থাকে।

২। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি যোগ কব।

(১)	(২)	(৩)	(৪)
১	১১	১১	১২৩৪
২	১২	২১	৫৬৭
৩	১৩	৩১	৮৯
৪	১৪	৪১	১০১১
৫	১৫	৫১	১২১
৬	১৬	৬১	৩১
৭	১৭	৭১	৪
৮	১৮	৮১	—
৯	১৯	৯১	
—	—	—	

২। দুই কোটি দশ লক্ষ পঞ্চাশ হাজাব পাঁচ,
ছেষট্টি লক্ষ এগাব হাজাব সাত শত আটাশ,
নয় লক্ষ সাত হাজার পাঁচ,
ও পঞ্চাশ কোটি ষাট লক্ষ সত্তব,
ইহার যোগফল কত ?

৩। ৩৫ ৫৫, ৬৭৫ ইহাদেব সমষ্টি,
৪৪, ৬৪, ৬৮৪ ইহাদেব সমষ্টি,
১২, ২৪, ৩৬ ইহাদেব সমষ্টি,
ও ২৯, ৩১, ৪৯ ইহাদেব সমষ্টি একত্র কবিলে কত হয় ?

৪। ১+২+৩+৪, ১১+১২+১৩+১৪, ২১+২২+২৩+২৪, এবং ৩১+৩২+৩৩+৩৪ ইহাদেব সমষ্টি কত ?

৫। (১) ১৯ কে ৯ বাব লইলে কত হয় ?
(২) ২১ কে ১১ বাব লইলে কত হয় ?
(৩) ৩২ কে ৮ বাব লইলে কত হয় ?
(৪) ৬৪ কে ৮ বাব লইলে কত হয় ?
(৫) ৪০ কে ৯ বাব লইলে কত হয় ?

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

বিযোগ।

২৬। **বিয়োগ নামতা।**

বিয়োগেব পৃথক্ নামতাব প্রয়োজন নাই। যোগ নামতা হইতেই **বিয়োগ** নামতা পাওয়া যায। এবং তাহা পড়িবাব প্রণালী এইরূপ—

১ আব ১ দেয় ২ মিলিবে।
১ আব ২ দেয় ৩ মিলিবে।
১ আব ৩ দেয় ৪ মিলিবে।
ইত্যাদি ইত্যাদি।
১ আব ৯ দেয় ১০ মিলিবে।

২ আব ১ দেয ৩ মিলিবে।
২ আব ২ দেয় ৪ মিলিবে।
২ আব ৩ দেয ৫ মিলিবে।
ইত্যাদি ইত্যাদি।
২ আব ৮ দেয ১০ মিলিবে।
২ আব ৯ দেয ১১ মিলিবে।

৩ আব ১ দেয় ৪ মিলিবে।
৩ আব ২ দেয় ৫ মিলিবে।
৩ আব ৩ দেয ৬ মিলিবে।
ইত্যাদি ইত্যাদি।
৩ আব ৬ দেয় ৯ মিলিবে।
৩ আব ৭ দেয় ১০ মিলিবে।
৩ আব ৮ দেয় ১১ মিলিবে।
৩ আব ৯ দেয় ১২ মিলিবে।
ইত্যাদি—

২৭। যদি বিয়োজন ও বিয়োজ্য উভয় রাশিতে কোন একই রাশি যোগ করা যায় তাহা হইলে তাহাদের বিয়োগফলের কোন পরিবর্ত্তন হয় না, তাহা ঠিক থাকে।

যথা, $৮-৫=৩$,
$৮+২-(৫+২)=৩$।

ইহার কারণ এই যে, যে রাশিটি বিয়োজন ও বিয়োজ্য উভয় রাশিতে যোগ করা যায় তাহা আপনা হইতে আপনি বাদ যায়, সুতরাং তদ্দারা পূর্ব্ব বিয়োগফলের কোন পরিবর্ত্তন ঘটে না।

২৮। **বিয়োগের নিয়ম।**

বিয়োজন ও বিয়োজ্য অঙ্ক দ্বারা একটির নিম্নে অপরটিকে এরূপে লিখিবে যে ক্রমান্বয়ে এককের নীচে একক, দশকের নীচে দশক, শতকের নীচে শতক পড়ে। নিম্নে একটি রেখা টানিয়া বিয়োগ নামতার সাহায্যে বিয়োজন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক হইতে বিয়োজ্যের এককের ঘরের অঙ্ক বাদ দিয়া যাহা বাকি থাকে তাহা ঐ রেখার নীচে এককের ঘরে লিখিবে। বিয়োজনের দশকের ঘরের অঙ্ক হইতে বিয়োজ্যের দশকের অঙ্ক বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক দশকের ঘরে লিখিবে। এইরূপে বামের শেষ ঘর পর্য্যন্ত যাইবে। যদি বিয়োজন রাশির কোন ঘরের অঙ্ক বিয়োজ্যের সেই ঘরের অঙ্ক হইতে ছোট হয় তবে সেই ছোট অঙ্কে ১০ যোগ করিয়া সেই ঘরের বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন করিবে, এবং মোটের উপর বিয়োগফল ঠিক রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্য ও সেই ঘরের ১০, অর্থাৎ বিয়োজ্যের সেই ঘরের বামের অঙ্কে ১, যোগ করিয়া সেই যোগফল তাহার উপরের বিয়োজনের অঙ্ক হইতে বাদ দিবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে। বিয়োজন ও বিয়োজ্যের একক দশক প্রভৃতির ঘরের অঙ্কগুলি পৃথক্ পৃথক্ বাদ দেওয়াই এই নিয়মের মূল কথা।

$$\begin{array}{r} ৩০৫৮ \\ ২৭৩ \\ \hline ২৭৮৫ \end{array}$$

এস্থলে এককের ঘরে বিয়োজনের ৮ হইতে বিয়োজ্যের ৩ বাদ দিয়া বাকি ৫ বসিল। দশকের ঘরে বিয়োজনের ৫ হইতে বিয়োজ্যের ৭ বাদ

দেওয়া যায় না। অতএব সেই ৫ অর্থাৎ ৫০ কে ১০ অর্থাৎ ১০০ যোগ দ্বাবা ১৫ অর্থাৎ ১৫০ কবিয়া তাহা হইতে ৭ অর্থাৎ ৭০ বাদ দিয়া বাকি যে ৮ অর্থাৎ ৮০ থাকে সেই ৮ অর্থাৎ ৮০ এই সংখ্যাব দশকেব ৮ দশকেব ঘবে বসিল। কিন্তু বিয়োজনে ১০০ যোগ কবা হইয়াছে, অতএব বিয়োগফল অপবিবর্তিত বাখিবাব নিমিত্ত বিয়োজ্যেও ১০০ যোগ কবা আবশ্যক (২৭ ধাবা দ্রষ্টব্য), এইজন্য বিযোজ্যেব শতকেব ঘবেব ২ অর্থাৎ ২০০ তাহাতে ১ অর্থাৎ ১০০ যোগ দ্বাবা ৩ অর্থাৎ ৩০০ কবা হয়। সেই ৩ বা ৩০০ বিয়োজনেব ০ বা ০ শত হইতে বাদ দেওয়া যায় না, অতএব তাহা ১০ অর্থাৎ ১০ শত বা ১০০০ যোগ দ্বাবা ১০ অর্থাৎ ১০০০ কবিয়া তাহা হইতে ৩ বা ৩০০ বাদ দিয়া বাকি ৭ বা ৭০০ শতকেব ঘবে বসিল। এবং বিয়োগফল ঠিক বাখিবাব নিমিত্ত বিযোজ্যে ১০০০ যোগ কবিবা সেই ১০০০ বিযোজনের ৩০০০ হইতে বাদ দিয়া ২০০০ অর্থাৎ হাজাবেব ঘবেব ২ বিয়োগফলেব হাজাবেব ঘবে বসিল।

উপবে কথিত প্রক্রিযাগুলি সঙ্কেপে অঙ্কদ্বাবা নিম্নলিখিতরূপে প্রদর্শিত হইতে পাবে। যথা

৩০৫৮ অর্থাৎ ৩০০০+৫০+৮ এই বাশি হইতে
২৭৩ অর্থাৎ ২০০+৭০+৩ এই বাশিব বিয়োগ ফল,
৩০০০+১০০০+১০০+৫০+৮ এই বাশি হইতে
১০০০+ ২০০+১০০+৭০+৩ এই বাশিব বিয়োগ ফলেব তুল্য,
অর্থাৎ ৩০০০+১০০০+১৫০+৮ এই বাশি হইতে
১০০০+ ৩০০+ ৭০+৩ এই বাশিব বিযোগ ফলেব তুল্য,

অর্থাৎ তাহা

=২০০০+ ৭০০+ ৮০+৫
=২৭৮৫।

বিয়োগ ক্রিয়াব নিমিত্ত যে সংখ্যাগুলি বিয়োজন ও বিয়োজ্য উভয় রাশিতে যোগ কবা গিয়াছে তাহাদেব নিম্নে এক একটি বেখা টানা গিয়াছে।

২৯। বিয়োগ ক্রিয়াব **শুদ্ধতার পরীক্ষা**।

বিয়োজ্য ও বাকিব যোগফল যদি বিয়োজনেব সহিত মিলে তবে বিয়োগ ক্রিয়া শুদ্ধরূপে হইয়াছে জানা যাইবে। কাবণ, বিয়োজন হইতে বিয়োজ্য বাদ দিয়া যখন বাকি পাওয়া গিয়াছে, তখন সেই বাকি বিয়োজ্যে যোগ কবিলে অবশ্যই পুনবায় বিয়োজন পাওয়া যাইবে।

৩০। একটি বড সংখ্যা হইতে একটি ছোট সংখ্যা বাদ দিলে কত বাকি থাকে, এই প্রশ্নেব উত্তব দেওয়াই বিয়োগ ক্রিয়াব মূল উদ্দেশ্য। কিন্তু সেই বিয়োগ ক্রিয়া দ্বাবা আব দুইটি প্রশ্নেব উত্তব পাওয়া যায়। সেই প্রশ্ন দুইটি এই :—

১ম। একটি নির্দ্দিষ্ট ছোট সংখ্যায় কত যোগ কবিলে একটি নির্দ্দিষ্ট বড সংখ্যা হইবে ?

২য়। একটি নির্দ্দিষ্ট বড সংখ্যা হইতে কত বাদ দিলে একটি নির্দ্দিষ্ট ছোট সংখ্যা হইবে ?

নির্দ্দিষ্ট বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে যে সংখ্যা বাকি থাকে তাহাই এই উভয় প্রশ্নেবই উত্তব। কাবণ —

বিয়োজ্য + বাকি = বিয়োজন।

একটি বড সংখ্যা হইতে একটি ছোট সংখ্যা বাদ দিলে যাহা বাকি থাকে তাহাই আবাব সেই ছোট সংখ্যায় যোগ কবিলে বড সংখ্যাটি পাওয়া যায়, এবং তাহাই সেই বড সংখ্যা হইতে বাদ দিলে সেই ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

৩১। কোন সংখ্যা হইতে ০ বাদ দিলে বাকি সেই সংখ্যাই থাকে।

৩। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত বড় সংখ্যাগুলি হইতে ছোট সংখ্যাগুলি বাদ দিয়া বিয়োগ ফল নির্ণয় কব -

(১)	(২)	(৩)	(৪)	(৫)
১৮	২৭	৩০	৪৭	৬৭
১২	১৮	২০	৩৬	৪৯

(৬)	(৭)	(৮)
২০২১২২	৪৮৪৯৫০	৬৫৭৩৮৭
২৩২৪০	৫১৫২০	৫৬৬৭৭৮

২। পাঁচ শত অপেক্ষা পাঁচ সহস্র কত বেশি ?

৩। পাঁচ কোটি অপেক্ষা পাঁচ লক্ষ কত কম ?

৪। ১০৩৯ হইতে কত বাদ দিলে ৮৯০ হইবে ?

৫। ৫৬৭৮৯ হইতে কত বাদ দিলে ১২৩৪ হইবে ?

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

গুণন।

৩২। গুণন এক প্রকার ক্রমিক যোগ।

যথা, ৩ × ৫ = ৩ + ৩ + ৩ + ৩ + ৩।

৩৩। কোন দুইটি সংখ্যার প্রথমটিকে গুণ্য ও দ্বিতীয়টিকে গুণক বলিয়া লইলে যে গুণ ফল হয়, দ্বিতীয়টিকে গুণ্য ও প্রথমটিকে গুণক বলিয়া লইলে ও গুণফল ঠিক তাহাই হইবে।

যথা, ৪ × ৩ = ১২।

এবং, ৩ × ৪ = ১২।

নিম্নলিখিতরূপে এই গুণন ক্রিয়াটি দেখিলেই ইহার কারণ স্পষ্ট বুঝা যায়।

৪ × ৩ = ৪ + ৪ + ৪

= ১ + ১ + ১ + ১

+ ১ + ১ + ১ + ১

+ ১ + ১ + ১ + ১

= ৪টি ১, ৩ সার (ডাইনে বামে সার)

= ৩টি ১, ৪ সার (উপরে নীচে সার)

= ৩ × ৪।

কিন্তু ইহা মনে রাখিতে হইবে যে উপরে যাহা বলা হইল তাহা কেবল অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার গুণনে খাটে।

অবচ্ছিন্ন সংখ্যা বা রাশির গুণনে গুণককে অবশ্যই অনবচ্ছিন্ন বলিয়া লইতে হইবে, তাহা না হইলে গুণনের কোন অর্থই হয় না। ৪ টাকাকে ৩ দিয়া গুণ করা যায় কিন্তু ৪ টাকাকে ৩ টাকা দিয়া অথবা ৪কে ৩ টাকা দিয়া গুণ করা যায় না, কারণ ৪ টাকাকে ৩ টাকা বার লওয়া অথবা ৪কে ৩ টাকা বার লওয়ার কোন অর্থই নাই।

যদি ৪ টাকা করিয়া ৩টি বালকের প্রত্যেককে দেওয়া যায়, অথবা ৩ টাকা করিয়া ৪টি বালকের প্রত্যেককে দেওয়া যায় তাহা হইলে মোট কত টাকা দেওয়া গেল নির্ণয়ার্থে প্রথম স্থলে ৪ টাকাকে ৩ গুণ (৩ বালক গুণ নহে),

ও দ্বিতীয় স্থলে ৩ টাকাকে ৪ গুণ (৪ বালক গুণ নহে) করিতে হইবে, এবং গুণ ফল উভয় স্থলেই ১২ টাকা হইবে।

৩৪। যে সংখ্যা কোন দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণনে উৎপন্ন তাহাকে **কৃত্রিম** সংখ্যা বলে। যে সংখ্যা কোন দুই সংখ্যার গুণ ফল নহে অর্থাৎ যাহার কোন উৎপাদক নাই তাহাকে **মৌলিক** সংখ্যা বলে।

৩৫। (১) কোন সংখ্যা কোন কৃত্রিম সংখ্যা দ্বারা গুণ করিলে যে ফল হয় তাহা সেই কৃত্রিম সংখ্যার উৎপাদক শ্রেণি দ্বারা ক্রমান্বয়ে গুণ করিলে ও সেই ফল হয়।

গুণনের অর্থ হইতে ইহার কারণ বুঝা যায়।

যথা, $৬ = ৩ \times ২$

এবং $৭ \times ৬ = ৭+৭+৭+৭+৭+৭ = ৪২$

$= (৭+৭+৭)+(৭+৭\times৭)$

$(৭\times৩)\times২$

$= ২১\times২$

$= ৪২$।

(২) কোন সংখ্যার কোন এক শক্তি সেই সংখ্যার অপর কোন এক শক্তি দ্বারা গুণ করিলে যে গুণ ফল হয় তাহা সেই সংখ্যার গুণ্য ও গুণকের শক্তি চিহ্ন দ্বয়ের যোগফল শক্তি। যথা,

$৩^৩ \times ৩^২ = (৩\times৩\times৩)\times(৩\times৩)$

$= (৩\times৩\times৩\times৩\times৩)$

$= ৩^{৩-২}$

$= ৩^৫$

$= ২৪৩$।

৩৬। পূর্ব্বে বলা হইয়াছে কোন সংখ্যা ০ যোগ বা ০ বিয়োগে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় না (২৫ ও ৩১ ধারা দ্রষ্টব্য)। কিন্তু কোন সংখ্যা ০ **দ্বারা গুণ** করিলে গুণ ফল ০ হয়। কারণ কোন সংখ্যা ১, ২ প্রভৃতির দ্বারা গুণনের **অর্থ যেমন তাহা ১, ২ প্রভৃতি বার গ্রহণ করা, তেমনই তাহা ০ দ্বারা গুণনের অর্থ তাহা কোন বারই না লওয়া অর্থাৎ আদৌ না লওয়া।**

৩৭। পূর্ব্বে দেখান হইয়াছে কোন সংখ্যার দক্ষিণে ০ বসাইলে তাহা দশগুণ বৃদ্ধি পায় (২১ ধারা দ্রষ্টব্য)। অতএব কোন সংখ্যা ১০ দিয়া গুণ করিতে হইলে তাহার দক্ষিণে একটি ০ বসাইলেই হইবে। সেই নিয়মে কোন সংখ্যা ১০০, ১০০০ প্রভৃতি দিয়া গুণ করিতে হইলে তাহার দক্ষিণে দুইটি তিনটি প্রভৃতি ০ বসাইলেই গুণফল পাওয়া যাইবে।

৩৮। কোন সংখ্যা অপর দুইটি সংখ্যার সমষ্টি দ্বারা গুণ করিলে যাহা হয়, সেই দুইটি সংখ্যা দ্বারা তাহা পৃথক্ পৃথক্ গুণ করিয়া সেই গুণ ফলদ্বয়ের সমষ্টি লইলেও ঠিক তাহাই হইবে।

যথা, ৬×(৩+২)=৬×৫=৩০,

৬×৩+৬×২=(৬+৬+৬)+(৬+৬)

=১৮+১২=৩০।

৩৯। গুণনের নামতা। (১)

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
২	৪	৬	৮	১০	১২	১৪	১৬	১৮	২০
৩	৬	৯	১২	১৫	১৮	২১	২৪	২৭	৩০
৪	৮	১২	১৬	২০	২৪	২৮	৩২	৩৬	৪০
৫	১০	১৫	২০	২৫	৩০	৩৫	৪০	৪৫	৫০
৬	১২	১৮	২৪	৩০	৩৬	৪২	৪৮	৫৪	৬০
৭	১৪	২১	২৮	৩৫	৪২	৪৯	৫৬	৬৩	৭০
৮	১৬	২৪	৩২	৪০	৪৮	৫৬	৬৪	৭২	৮০
৯	১৮	২৭	৩৬	৪৫	৫৪	৬৩	৭২	৮১	৯০
১০	২০	৩০	৪০	৫০	৬০	৭০	৮০	৯০	১০০
১১	২২	৩৩	৪৪	৫৫	৬৬	৭৭	৮৮	৯৯	১১০
১২	২৪	৩৬	৪৮	৬০	৭২	৮৪	৯৬	১০৮	১২০
১৩	২৬	৩৯	৫২	৬৫	৭৮	৯১	১০৪	১১৭	১৩০
১৪	২৮	৪২	৫৬	৭০	৮৪	৯৮	১১২	১২৬	১৪০
১৫	৩০	৪৫	৬০	৭৫	৯০	১০৫	১২০	১৩৫	১৫০
১৬	৩২	৪৮	৬৪	৮০	৯৬	১১২	১২৮	১৪৪	১৬০
১৭	৩৪	৫১	৬৮	৮৫	১০২	১১৯	১৩৬	১৫৩	১৭০
১৮	৩৬	৫৪	৭২	৯০	১০৮	১২৬	১৪৪	১৬২	১৮০
১৯	৩৮	৫৭	৭৬	৯৫	১১৪	১৩৩	১৫২	১৭১	১৯০
২০	৪০	৬০	৮০	১০০	১২০	১৪০	১৬০	১৮০	২০০

(২)

	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
১১	১২১	১৩২	১৪৩	১৫৪	১৬৫	১৭৬	১৮৭	১৯৮	২০৯	২২০
১২		১৪৪	১৫৬	১৬৮	১৮০	১৯২	২০৪	২১৬	২২৮	২৪০
১৩			১৬৯	১৮২	১৯৫	২০৮	২২১	২৩৪	২৪৭	২৬০
১৪				১৯৬	২১০	২২৪	২৩৮	২৫২	২৬৬	২৮০
১৫					২২৫	২৪০	২৫৫	২৭০	২৮৫	৩০০
১৬						২৫৬	২৭২	২৮৮	৩০৪	৩২০
১৭							২৮৯	৩০৬	৩২৩	৩৪০
১৮								৩২৪	৩৪২	৩৬০
১৯									৩৬১	৩৮০
২০										৪০০

৪০। **গুণনের নিয়ম।** গুণ্যের নীচে গুণককে এইরূপে লিখ যে এককের নীচে একক দশকের নীচে দশক ইত্যাদি সমান ঘরের নীচে সমান ঘর থাকে। নিম্নে একটি রেখা টান।

তার পর গুণকের এককের ঘরের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের এককের অঙ্ক গুণ করিয়া গুণফলের এককের অঙ্ক গুণকের এককের নিম্নে লিখ। ঐ গুণফলের দশকের অঙ্ক গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের দশকের অঙ্ক গুণনে যে গুণফল হয় তাহাতে যোগ করিয়া যোগফলের এককের অঙ্ক গুণকের দশকের নিম্নে লিখ। ঐ যোগফলের দশকের অঙ্ক গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের শতকের অঙ্ক গুণনে যে গুণফল হয় তাহাতে যোগ করিয়া যোগফলের এককের অঙ্ক গুণকের শতকের নিম্নে লিখ। এইরূপে গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের বামের শেষ অঙ্ক পর্য্যন্ত ক্রমশঃ গুণ করিয়া যাইবে।

তার পর উক্তরূপে গুণকেব দশকের ঘবেব অঙ্ক দ্বাবা গুণ্যেব এককের ঘর হইতে প্রত্যেক অঙ্কেব গুণ কবিয়া গুণফল প্রথম পংক্তিব নিম্নে এইরূপে লিখিবে যে এককেব অঙ্ক উপবেব পংক্তিব দশকেব ঘবেব নীচে বসে।

এইরূপে ক্রমে গুণকেব বামেব শেষ ঘরেব অঙ্ক পর্য্যন্ত যাইবে। তদনন্তব সমস্ত পংক্তিগুলি যোগ কবিবে। এবং সেই যোগফলই ঐ গুণ্য ও গুণকেব গুণফল জানিবে।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহবণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে। গুণকেব প্রত্যেক ঘবেব অঙ্ক দ্বাবা গুণ্যেব গুণন কবিয়া যে যে গুণফল হয়, তাহার সমষ্টি গ্রহণে প্রকৃত গুণফল পাওয়া যায়, এই কথাই (৩৮ ধাবা দ্রষ্টব্য) এই নিয়মেব মূল কথা।

উদাহবণ। ৭৫৩কে ৩২৫ দিয়া গুণ কব।

নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া।	প্রক্রিবাব পূর্ণ আকাব।
৭৫৩	৭০০+ ৫০+ ৩
৩২৫	৩০০+ ২০+ ৫
৩৭৬৫	৩৫০০+ ২৫০+ ১৫= ৩৭৬৫
১৫০৬	১৪০০০+ ১০০০+ ৬০= ১৫০৬০
২২৫৯	২১০০০০+১৫০০০+৯০০=২২৫৯০০
২৪৪৭২৫	২৪৪৭২৫

৪১। গুণন ক্রিয়াব **শুদ্ধতার পরীক্ষা।**

গুণ্যেব অঙ্কগুলি যোগ করিয়া যোগফল হইতে যতবাব ৯ বাদ দেওয়া যায় ততবার ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক একটি ঢেবা কাটিয়া তাহাব বামে লিখ। গুণকেব অঙ্কেব সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক ঢেবাব দক্ষিণেব ঘরে লিখ। এই দুই বাকি অঙ্কেব গুণফলের অঙ্ক সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক ঢেবাব উপবেব ঘবে লিখ। পবিশেষে গুণ্য ও গুণকের গুণফলেব অঙ্ক সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক ঢেবাব নীচেব ঘবে লিখ। যদি ঢেবার উপবেব ও নীচের ঘবের অঙ্ক সমান হয় তবে সম্ভবতঃ গুণন ক্রিয়া শুদ্ধরূপে হইয়াছে বলা যাইবে।

৪২। এই পরীক্ষাকে ৯ বাদ দেওয়া পরীক্ষা বলে। ইহার হেতু নিম্নে দেখান যাইতেছে।

প্রথমতঃ এই কথাটি প্রতিপন্ন করিতে হইবে যে, কোন সংখ্যা ও তাহার অঙ্কের সমষ্টি উভয়কে ৯ দিয়া ভাগ করিলে উভয় ভাগশেষ সমান হইবে।

দৃষ্টান্ত স্বরূপ ৫৪৭ এই সংখ্যাটি লওয়া যাউক।

$$৫৪৭ = ৫০০ + ৪০ + ৭ \quad ৫ \times ১০০ + ৪ \times ১০ + ৭$$
$$= ৫ \times (৯৯ + ১) + ৪ \times ৯ + ১) + ৭$$
$$৫ \times (৯ \times ১১ + ১) + ৪ \times (৯ \times ১ + ১) + ৭$$
$$= ৫ \times ৯ \times ১১ + ৫ + ৪ \times ৯ \times ১ + ৪ + ৭$$
$$= ৯ \times (৫ \times ১১ + ৪ \times ১) + ৫ + ৪ + ৭$$
$$৫৪৭ - ৯ = ৯ \times ৫ \times ১১ + ৪ \times ১) - ৯ + (৫ + ৪ + ৭) - ৯$$
$$= ৫ \times ১১ + ৪ \times ১ + (৫ + ৪ + ৭) - ৯।$$

সুতরাং ৫৪৭ কে ৯ দিয়া ভাগ করিলে যত বাকি থাকে,

$৫ + ৪ + ৭$কে ৯ দিয়া ভাগ করিলে ঠিক তাহাই বাকি থাকিবে।

সাধারণতঃ যে কোন সংখ্যা 'স' চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা যাউক, এবং তাহার একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘরের অঙ্কগুলি ক্রমশ অ, $অ_১$, অ. ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা যাউক। তাহা হইলে

$$স = অ + অ_১ \times ১০^১ + অ_২ \times ১০^২ + অ_৩ \times ১০^৩ + \qquad (২০ ধারা)$$
$$= অ + অ_১ \times (৯ + ১) + অ_২ \times (৯৯ + ১) + অ_৩ \times (৯৯৯ + ১) +$$
$$= ৯ \times অ_১ \times ১ + ৯ \times অ_২ \times ১১ + ৯ \times অ_৩ \times ১১১ +$$
$$+ অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ +$$
$$- ৯ \times (অ_১ \times ১ + অ_২ + ১১ + অ_৩ \times ১১১ + \quad)$$
$$+ অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ + .$$
$$= ৯ \times ক + অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ + \quad ,$$

যদি ক $- অ_১ \times ১ + অ_২ \times ১১ + অ_৩ \times ১১১ +$ ।

৩

$\therefore$ স $\div$ ৯ $=$ ৯ $\times$ ক $\div$ ৯ $+$ (অ $+$ অ$_১$ $+$ অ$_২$ $+$ অ$_৩$ $+$) $\div$ ৯

$=$ ক $+$ (অ $+$ অ$_১$ $+$ অ$_২$ $+$ অ$_৩$ $+$) $\div$ ৯

সুতরাং স $\div$ ৯ ইহার ভাগশেষ ও (অ$_১$ $+$ অ$_২$ $+$ অ$_৩$ $+$) $-$ ৯, ইহার ভাগশেষ একই হইবে।

এখন মনে কর

গুণ্য $=$ স $=$ অ $+$ অ$_১$ $\times$ ১০^১ $+$ অ$_২$ $\times$ ১০^২ $+$ অ$_৩$ $\times$ ১০^৩ $+$

গুণক $=$ স´ $=$ অ´ $+$ অ´$_১$ $\times$ ১০^১ $+$ অ´$_২$ $\times$ ১০^২ $+$ অ´$_৩$ $\times$ ১০^৩ $+$ ।

এস্থলে মনে রাখিতে হইবে যে 'স' ও 'স´ সম্পূর্ণ বিভিন্ন দুটি সংখ্যা, এবং অ ও অ´, অ$_১$ ও অ´$_১$, অ$_২$ ও অ´$_২$ ইহারাও পরস্পর বিভিন্ন।

অ, অ$_১$, অ$_২$ প্রভৃতি যেমন স সংখ্যার একক দশক শতকাদি ঘরের অঙ্ক, অ´ অ´$_১$ অ´$_২$ প্রভৃতি তেমনই স´ সংখ্যায় একক দশক শতকাদি ঘরের অঙ্ক, এই পর্য্যন্ত তাহাদের সাম্য।

তাহা হইলে

স $=$ ৯ $\times$ ক $+$ (অ $+$ অ$_১$ $+$ অ$_২$ $+$ অ$_৩$ $+$) $=$ ৯ $\times$ ক $+$ ৯ $\times$ খ $+$ গ,

স´ $=$ ৯ $\times$ ক´ $+$ (অ´ $+$ অ´$_১$ $+$ অ´$_২$ $+$ অ´$_৩$ $+$) $=$ ৯ $\times$ ক´ $+$ ৯ $\times$ গ´ $+$ গ´,

যদি অ $+$ অ$_১$ $+$ অ$_২$ $+$ অ´$_৩$ $+$ $=$ ৯ $\times$ খ $+$ গ

এবং অ´ $+$ অ´$_১$ $+$ অ´$_২$ $+$ অ´$_৩$ $+$ $=$ ৯ $\times$ খ´ $+$ গ´।

স $\times$ স´ $=$ {৯ $\times$ (ক $+$ খ) $+$ গ} $\times$ {৯ $\times$ (ক´ $+$ খ´) $+$ গ´}

$=$ {৯ $\times$ (ক $+$ খ) $+$ গ} $\times$ ৯ $\times$ (ক´ $+$ খ´)

$+$ ৯ $\times$ (ক $+$ খ) $\times$ গ´ $+$ গ $\times$ গ´।

সুতরাং স $\times$ স´ অর্থাৎ গুণ ফল বা তাহার অঙ্ক সমষ্টি ৯ দিয়া ভাগ করিলে যে ভাগশেষ থাকে তাহা, গ $\times$ গ´ অর্থাং গুণ্যের ও গুণকের অঙ্ক সমষ্টির ৯ দিয়া ভাগ করায় ভাগশেষ দ্বয়ের গুণফল ৯ দিয়া ভাগ করিলে যে ভাগশেষ থাকে তাহার, সমান হইবে।

উপবেব উদাহবণে এই পরীক্ষা খাটাইলে পার্শ্বেব লিখিত আকাব ধাবণ কবিবে।

৬
১ ১
৬

উপবে ৬ নিম্নে ৬ আছে অতএব গুণন সম্ভবতঃ ঠিক হইয়াছে।

গুণন ক্রিয়ায় ৯এব ভুল অথবা অঙ্কেব স্থান পবিবর্ত্তনেব ভুল এ পবীক্ষায় ধবা পড়িবে না।

৪ উদাহবণ মালা।

১। ১২৩ কে ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ দিয়া গুণ কব।

২। ৭৭৯ কে ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪ ।

৩। ১২৩৪৫৬৭৭৯ কে ১২৩, ৪৫৬, ৭৮৯ ।

৪। ১০০২০০৩০০ কে ৪০০৫, ৬০০৭ ।

৫। ১×২×৩×৪×৫×৬×৭×৮×৯ কত হয়?

৬। ২×৪×৬×৮×১০ কত হয়?

৭। ১×৩×৫×৭×৯ কত হয়?

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

ভাগ।

৪৩। ভাগ ক্রিয়ার দুইটি অর্থ আছে,

(১) ভাজ্যের মধ্যে ভাজক কত বার যায়, (২) ভাজ্যকে ভাজক সংখ্যক ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ কত হইবে। ৬কে ৩ দিয়া ভাগ কর বলিলে প্রথমতঃ "৬ এই সংখ্যার মধ্যে ৩ কত বার আছে নির্ণয় কর" এই বুঝাইতে পারে, ও তাহার উত্তর "২ বার"। অথবা ঐ কথা বলিলে দ্বিতীয়তঃ "৬ কে ৩ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ কত হইবে নির্ণয় কর' এই বুঝাইতে পারে, ও তাহার উত্তর "২"। ভাগ ফল উভয় অর্থেই একই সংখ্যা হইতেছে, কিন্তু তাহার অর্থ দুইটি স্পষ্ট পৃথক্। প্রথমোক্ত স্থলে ভাগ ফল '২ বার', দ্বিতীয়োক্ত স্থলে ভাগ ফল ২ এই রাশি, এবং ভাজ্য যে প্রকার রাশি ভাগ ফল ও সেই প্রকারের রাশি।

স্মরণ রাখিতে হইবে ভাগ ক্রিয়ার সকল স্থলেই উক্ত উভয় অর্থ বুঝাইবে না। কোন স্থলে উভয় অর্থই বুঝাইবে, কোথাও কেবল প্রথমোক্ত অর্থ আর কোথাও কেবল দ্বিতীয়োক্ত অর্থ বুঝাইবে, আবার কোথাও কোন অর্থই বুঝাইবে না। যথা '৬ কে ২ দিয়া ভাগ কর' বলিলে উভয় অর্থই বুঝাইতে পারে। '৬ টাকাকে ২ টাকা দিয়া ভাগ কর' বলিলে কেবল প্রথমোক্ত অর্থ বুঝাইবে। '৬ টাকাকে ২ দিয়া ভাগ কর' বলিলে কেবল দ্বিতীয়োক্ত অর্থ বুঝাইবে। এবং '৬ এই অনবচ্ছিন্ন রাশিকে ২ টাকা দিয়া ভাগ কর' বলিলে কোন অর্থই বুঝাইবে না, কারণ ঐ কথার কোন অর্থ নাই।

৪৪। গুণন যেমন ক্রমিক যোগ, ভাগ প্রথমোক্ত অর্থে তেমনই ক্রমিক বিয়োগ। যথা, ৬ বা ৭ কে ২ দিয়া ভাগ করিতে গেলে দেখা যায় ৬—২—২—২ = ০, ৭—২—২—২ — ১। অর্থাৎ প্রথম স্থলে ৬ এই সংখ্যার মধ্যে ২ তিন বার যায় এবং আর কিছু বাকি থাকে না, এবং দ্বিতীয় স্থলে ৭ এই সংখ্যার মধ্যে ২ তিন বার যায় আর ১ বাকি থাকে, অর্থাৎ প্রথম স্থলে ভাগ ফল ৩ এবং ভাগশেষ ০, দ্বিতীয় স্থলে ভাগ ফল ৩ এবং ভাগশেষ ১।

৪৫। (১) কোন সংখ্যা কোন কৃত্রিম সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয়, তাহা সেই কৃত্রিম সংখ্যার উৎপাদক শ্রেণি দ্বারা ক্রমান্বয়ে ভাগ করিলে ও সেই ভাগ ফল হইবে। ভাগশেষ থাকিলে ক্রমান্বয়ে বিভাগ স্থলে তাহা নিরূপণের একটি বিশেষ নিয়ম আছে, পরে বলা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ৬=৩×২,

১৮−৬=৩,

(১৮−৩)−২=৬−২=৩।

অর্থাৎ কোন সংখ্যার তৃতীয়াংশের দ্বিতীয়াংশ অবশ্যই তাহার ষষ্ঠাংশ হইবে, সুতরাং ১৮ এই সংখ্যায় তৃতীয়াংশ বা ৬ এর দ্বিতীয়াংশ বা অর্দ্ধেক অবশ্যই ১৮ এই সংখ্যার ষষ্ঠ ভাগের এক ভাগ বা ৩ হইবে।

(২) যেস্থলে ভাগ শেষ থাকে তাহা বিশেষ বিবেচ্য। যথা,

১৭−৬ =২ এবং ভাগ শেষ ৫।

(১৭−৩)−২=(৫ এবং ভাগ শেষ ২)−২

=৫−২ এবং ভাগ শেষ ২

=২ এবং ভাগ শেষ ১

এবং প্রথম ভাগ শেষ ২।

অর্থাৎ ১৭ ৫×৩+২

=(২×২+১)×৩+২

= ২×২×৩+১×৩+২

= ২×৬+৫।

অর্থাৎ ক্রমান্বয়ে বিভাগে প্রকৃত ভাগ শেষ=প্রথম ভাগ শেষ

+প্রত্যেক পরবর্ত্তী ভাগ শেষ

× তৎপূর্ব্ববর্ত্তী ভাজকের গুণ ফল।

(৩) কোন সংখ্যার কোন এক শক্তি সেই সংখ্যার অপর কোন এক ন্যূনতর শক্তি দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহা সেই সংখ্যার ভাজ্য ও ভাজকের শক্তি চিহ্নদ্বয়ের বিয়োগ ফল শক্তি।

$$\text{যথা}, ৩^{৪} \div ৩^{১} = (৩\times৩ \times ৩\times৩) \div (৩\times৩)$$
$$= (৩\times৩)\times(৩\times৩)\div(৩\times৩)$$
$$= (৩\times৩)$$
$$= ৩^{৪\ ২}$$
$$= ৩^{১}$$
$$= ৯।$$

১৬। পূর্ব্বে বলা হইয়াছে, কোন সংখ্যা ০ যোগ বা বিয়োগে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় না, এবং ০ দ্বারা গুণ করিলে গুণ ফল ০ হয়। (২৫, ৩১ ও ৩৬ ধারা দ্রষ্টব্য)। এখন দেখা যাউক কোন সংখ্যা ০ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ কি হয়।

কোন সংখ্যার দ্বারা ভাগ করার অর্থ কি ইহাই প্রথম জিজ্ঞাস্য। ভাগের অর্থ ভাজ্যের মধ্যে ভাজক কত বার যাইতে পারে, অর্থাৎ ভাজককে কত গুণ করিলে ভাজ্যের তুল্য হয় তাহা নির্ণয় করা। অতএব কোন সংখ্যা ০ দ্বারা ভাগ করার অর্থ এই হইবে যে ০ কত গুণ করিলে সেই সংখ্যা হয় তাহা নির্ণয় করা। কিন্তু ০ যত গুণ করা যাউক গুণ ফল ০ হইবে অন্য কোন সংখ্যা হইতে পারে না। সুতরাং ০ দ্বারা ভাগের সহজ কোন অর্থ হয় না। তবে কোন সংখ্যা ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল বড় হইবে এবং ভাজক যত ছোট হইবে ভাগ ফল তত বড় হইতে থাকে। যথা কোন সংখ্যা ১ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যাই হইবে। ১ এর দশাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যায় দশ গুণ হইবে। ১ এর শতাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যায় শত গুণ হইবে। ১ এর সহস্রাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যায় সহস্র গুণ হইবে। ইত্যাদি।

এই ভাবে দেখিলে, যদি শূন্যকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বলা যায় এবং পূর্ণ বা অনন্তকে (তাহার চিহ্ন এই ∞) বৃহত্তম সংখ্যা বলা যায়, তাহা হইলে সংক্ষেপে বলিতে গেলে কোন সংখ্যা শূন্য ০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল অনন্ত ∞ হইবে একথা বলা যাইতে পারে। কিন্তু এ কথা বলিতে গেলে

একটি বিচিত্র ফল ঘটে। যথা,

১ ÷ ০ = ∞, ২ ÷ ০ = ∞, ১০০ ÷ ০ = ∞ ইত্যাদি।

শূন্য দ্বারা ভাগ সম্বন্ধে ভাস্করাচার্য্যের বীজগণিতে একটি সুন্দর শ্লোক আছে[১] তাহার বঙ্গানুবাদ এই,

> "শূন্য দিয়া কোন রাশি বিভাগ করিলে,
> সে বিভাগে অনন্ত যে ভাগ ফল মিলে,
> ভাজ্য রাশি হ্রাস বৃদ্ধি যতই পাইবে,
> অনন্ত সে ভাগ ফল সমান রহিবে,
> ভূত বৃন্দ সৃজি গ্রাসি ব্রহ্ম সনাতন,
> সৃষ্টিলয় উভ'কালে অক্ষুন্ন যেমন॥"

৪৭। কোন সংখ্যা ১০ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক বাদ দিয়া যাহা থাকে তাহাই হইবে, এবং ভাগ শেষ সেই এককের ঘরের অঙ্কই হইবে।

ইহার কারণ নিম্নের উদাহরণ হইতে স্পষ্ট দেখা যাইবে।

কোন একটি সংখ্যা লওয়া যাউক, যথা ৩৬৮।

৩৬৮ = ৩৬০ + ৮ = ৩৬ × ১০ + ৮।

৩৬৮ ÷ ১০ = (৩৬ × ১০ + ৮) ÷ ১০

= ৩৬ ভাগ ফল এবং ৮ ভাগ শেষ।

৪৮। ভাজ্য = ভাজক × ভাগ ফল + ভাগ শেষ, কারণ ভাগের মধ্যে ভাজক উদ্ধ সংখ্যা যত বার যাইতে পারে তাহাই ভাগ ফল এবং তাহার পর যাহা বাকি থাকে তাহাই ভাগ শেষ।

৪৯। **ভাগের নিয়ম।** ভাজ্যের বামে ও দক্ষিণে দুইটি বক্র রেখা টানিয়া বামের রেখার বামে ভাজককে লিখ। ভাজ্যের বাম দিক হইতে ন্যূন কল্পে যে কয়েকটি অঙ্ক লইলে ভাজকের অন্যূন একটি সংখ্যা হয় সেই কয়েকটি অঙ্কে যে সংখ্যা হয় তাহাকেই ভাজ্য মনে করিয়া তন্মধ্যে ভাজক কত বার আছে স্থির করিয়া তদ্বোধক অঙ্ক ভাজ্যের দক্ষিণের রেখার দক্ষিণে

১ অস্মিন্ বিকারঃ খহরে ন রাশাবপিপ্রবিষ্টেষ্বপি নিঃসৃতেষু।
বহুষ্বপি স্যাল্লয় সৃষ্টিকালেঽনন্তেঽচ্যুতে ভূতগণেষু যদ্বত্। ১।৪।১৬।

লিখ। সেই অঙ্কটি ভাগ ফলের বামের প্রথম অঙ্ক। তদ্দারা ভাজককে গুণ করিয়া গুণফল পূর্ব্বোক্ত যে সংখ্যাকে প্রথম ভাজ্য মনে করা হইয়াছে, তাহা হইতে বিয়োগ করিয়া বিয়োগ ফল তন্নিয়ে লিখ।

ভাজ্যের যে অঙ্ক পর্য্যন্ত লওয়া হইয়াছে তাহার দক্ষিণের অঙ্কটি ঐ বিয়োগ ফলের দক্ষিণে লিখিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে ভাজ্য মনে করিয়া তন্মধ্যে ভাজক কত বার আছে স্থির করিয়া তদ্বোধক অঙ্কটি ভাজ্যের দক্ষিণে পূর্ব্ব লিখিত অঙ্কের দক্ষিণে লিখ। সেই অঙ্কটি ভাগ ফলের দ্বিতীয় অঙ্ক। তদ্দারা ভাজককে গুণ করিয়া গুণফল পূর্ব্বোক্ত যে সংখ্যা দ্বিতীয় বারের ভাজ্য মনে করিয়াছ তাহা হইতে বিয়োগ করিয়া বিয়োগ ফল তন্নিয়ে লিখ। ভাজ্যের যে অঙ্ক পর্য্যন্ত লওয়া হইয়াছে তাহার দক্ষিণের অঙ্ক শেষোক্ত বিয়োগ ফলের দক্ষিণে লিখিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে এই বার ভাজ্য মনে করিয়া পূর্ব্ববৎ কার্য্য কর। এইরূপে যতক্ষণ ভাজ্যের দক্ষিণের শেষ অঙ্ক লওয়া না হয় ততক্ষণ পূর্ব্ববৎ কার্য্য করিবে। এবং শেষের বিয়োগফল ভাগশেষ বলিয়া জানিবে। যে সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় বা অন্য কোন বারের ভাজ্য মনে করিলে, তাহা যদি ভাজকের ন্যূন হয়, তবে ভাগ ফলের শেষ প্রাপ্ত অঙ্কের দক্ষিণে শূন্য লিখিয়া, সেই বারের যে সংখ্যাকে ভাজ্য মনে করিয়াছিলে তাহার দক্ষিণে মূল ভাজ্যের পূর্ব্ব আনীত অঙ্কের দক্ষিণের অঙ্কটি লিখিবে, এবং তাহাতে যে সংখ্যাটি হইল তাহাকে ভাজ্য মনে করিয়া তন্মধ্যে ভাজক কত বার আছে স্থির করিয়া তদ্বোধক অঙ্ক ভাগ ফলের যে যে অঙ্ক লিখিত হইয়াছে তাহার দক্ষিণে লিখিবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণের সংখ্যা বিশ্লেষ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ—২০০৭৯৯কে ৬৫৪ দিয়া ভাগ কর।

```
৬৫৪)২০০৭৯৯(৩০৭
    ১৯৬২
    ────
     ৪৫৯৯
     ৪৫৭৮
     ────
       ২১
```

```
৬৫৪)২০০৭০০+৯০+৯(৩০০+০+৭
    ১৯৬২০০
    ──────
      ৪৫০০
        ৯০
      ────
      ৪৫৯০
         ৯
      ────
      ৪৫৯৯
      ৪৫৭৮
      ────
        ২১
```

৫০। ভাগ ক্রিয়ার **শুদ্ধতার পরীক্ষা**।

ভাজক ভাজ্যে যত বার আছে ভাজকের ততগুণ লইয়া সেই গুণ ফলে ভাগ শেষ যোগ করিলে যোগ ফল ভাজ্যের সহিত সমান হইবে। অতএব ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ যদি ভাজ্যের সমান হয় তাহা হইলে ভাগ ক্রিয়া শুদ্ধরূপে সম্পন্ন হইয়াছে স্থির করা যাইবে।

৫। উদাহরণমালা।

১। ১২৩৪কে ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ দিয়া ভাগ কর।

২। ৭৮৯কে ১০, ১১, ১২, ১৩ দিয়া ভাগ কর।

৩। ১২৩৪৫৬কে ৭৮৯ দিয়া ভাগ কর।

৪। ১২৩৪৫৬৭৮৯কে ৫, ১০, ১৫, ২০ দিয়া ভাগ কর।

৫। ৯৮৭৬৫৪৩২১কে ১২৩৪৫ দিয়া ভাগ কর।

৬। ১০২০৩০৪কে ১০, ২০, ১০১, ২০২ দিয়া ভাগ কর।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ।

মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় সম্বন্ধে বিবিধ প্রশ্ন।

গুণনীয়ক ও গুণিতক।

৫১। যোগ ও বিয়োগ ক্রিয়া দ্বারা দুটি সংখ্যায় যোগ ফল কত হয় ও একটি সংখ্যা আর একটি তদপেক্ষা বড় সংখ্যা হইতে বাদ দিলে কত বাকি থাকে তাহা জানা যায়। কিন্তু যোগ বিয়োগ সম্বন্ধে অন্য প্রকার প্রশ্ন ও উঠিতে পারে। যথা—

(১) প্রশ্ন। একটি সংখ্যাতে কত যোগ করিলে তদপেক্ষা বড় আর একটি সংখ্যা পাওয়া যায়?

উত্তর। বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে যাহা বাকি থাকে তাহাই ছোট সংখ্যাটিতে যোগ করিলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ। ১৫ তে কত যোগ করিলে ২৩ হয়?

২৩—১৫ = ৮, অতএব প্রশ্নের উত্তর ৮।

প্রমাণ। ১৫ + ৮ = ২৩।

(২) প্রশ্ন। একটি সংখ্যা হইতে কত বাদ দিলে তদপেক্ষা ছোট আর একটি সংখ্যা পাওয়া যায়?

উত্তর। বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে যত বাকি থাকে তাহাই বড় সংখ্যা হইতে বাদ দিলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ। ২৩ হইতে কত বাদ দিলে ১৫ হয়?

২৩—১৫ = ৮, অতএব প্রশ্নের উত্তর ৮।

প্রমাণ। ২৩— ৮ = ১৫।

৫২। গুণ ও ভাগ সম্বন্ধেও ঐরূপ ঘুরাইয়া প্রশ্ন করা যাইতে পারে। যথা—

(১) প্রশ্ন। কোন একটি সংখ্যাকে কত দিয়া গুণ করিলে আর একটি বড় সংখ্যা পাওয়া যায়?

উত্তর। বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল যাহা হয় সেই সংখ্যা দিয়া ছোট সংখ্যাকে গুণ করিলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ। ১২ কে কত দিয়া গুণ করিলে ৮৪ হয়?

৮৪ ÷ ১২ = ৭, অতএব প্রশ্নের উত্তর ৭।

প্রমাণ। ১২ × ৭ = ৮৪।

(২) প্রশ্ন। কোন একটি সংখ্যাকে কত দিয়া ভাগ করিলে আর একটি ছোট সংখ্যা পাওয়া যায়?

উত্তর। ছোট সংখ্যা দিয়া বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করিলে ভাগ ফল যাহা হয়, সেই সংখ্যা দিয়া বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করিলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ। ৮৪ কে কত দিয়া ভাগ করিলে ১২ হয়?

৮৪ ÷ ১২ = ৭, অতএব প্রশ্নের উত্তর ৭।

প্রমাণ। ৮৪ ÷ ৭ = ১২।

শেষোক্ত দুইটি প্রশ্নে ভাগশেষ থাকিবে না অনুমাণ করিয়া লওয়া গিয়াছে।

৫৩। মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় লইয়া আর এক প্রকার প্রশ্ন উঠিতে পারে। অনেকগুলি রাশি ভিন্ন ভিন্ন মৌলিক ক্রিয়ার চিহ্ন দ্বারা পরস্পর সম্বদ্ধ হইয়া একত্র লিখিত হইতে পারে। এইরূপ সম্বদ্ধ রাশি সমূহকে **রাশিমালা** বলা যাইতে পারে।

যথা, ৪ + ১২ ÷ ২ × ৩ + ৫ − (৪ −) × ২ + ৬

এই একটি রাশিমালা। এ স্থলে প্রশ্ন উঠিতেছে এই রাশিমালার অন্তর্গত ক্রিয়াগুলি কোন ক্রম অনুসারে চলিবে? অর্থাৎ ক্রিয়াগুলি যে ক্রমে তাহাদের চিহ্ন লিখিত আছে সেই ক্রমে চলিবে, অথবা অন্য কোন ক্রম অনুসারে চলিবে, এবং অন্য ক্রমে চলিলে তাহাই বা কি?

দেখা যাইতেছে ভিন্ন ভিন্ন ক্রমে চলিলে ভিন্ন ভিন্ন ফল পাওয়া যায়।

যথা, দ্বিতীয় + চিহ্নের বামের সংখ্যাগুলি লইয়া যদি প্রক্রিয়া চিহ্নের লিখন ক্রমে চলা যায় তাহা হইলে ফল হয়, ৪ ও ১২ যোগে ১৬, ১৬ কে ২ দিয়া ভাগ করিলে হয় ৮, এবং ৮ কে ৩ দিয়া গুণ করিলে হয় ২৪। গুণন যদি প্রথম করা যায় তদনন্তর ভাগ ও তাহার পর যোগ, তাহা হইলে ফল হয় ৬। এবং প্রথমে ভাগ তৎপরে গুণ, তৎপরে যোগ এই নিয়মের ফল হয় ২২।

শেষোক্ত নিয়মই সর্ব্বত্র গ্রাহ্য। অর্থাৎ প্রথমে ভাগ, তদনন্তর গুণ, তাহার পর বিয়োগ ও তাহার পর যোগ এই ক্রমে ক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করিতে হইবে। এই নিয়মে উক্ত রাশিমালাকে সরল করার কার্য্য নিম্নলিখিতরূপে প্রদর্শিত হইবে—

$$
\begin{aligned}
& ৪+১২-২\times৩+৫-(৪-২)\times২+৬ \\
=& ৪+৬\times৩+৫-(৪-২)\times২+৬ \\
=& ৪+১৮+৫-২\times২+৬ \\
=& ৪+১৮+১+৬ \\
=& ২৯।
\end{aligned}
$$

এইখানে দুইটি কথা মনে রাখিতে হইবে। প্রথম কথা, উক্ত নিয়ম **অবশ্যম্ভাবী** নিয়ম নহে, উহা আমাদের **নির্দ্ধারিত** নিয়ম, দ্বিতীয় কথা উপরে প্রদর্শিত ক্রিয়াতে = চিহ্নের উভয় দিকেই সমস্ত রাশিমালা বা তাহার ফল লিখিত হওয়া আবশ্যক তাহা না হইয়া এক দিকে সমস্ত রাশিমালা ও অপর দিকে তাহার কিয়দংশ লিখিত হওয়া স্পষ্টই নিতান্ত অশুদ্ধ।

৫৪। অনেক স্থলে দুটি সংখ্যা এরূপ হওয়া আবশ্যক যে বড়টিকে ছোটটি দিয়া ভাগ করিলে ভাগশেষ থাকে না। যদি একটি সংখ্যা আর একটি সংখ্যা দিয়া ভাগ করিলে ভাগশেষ না থাকে, তাহা হইলে ভাজক সংখ্যাকে ভাজ্যের **গুণনীয়ক**, ও ভাজ্যকে ভাজকের **গুণিতক** বলে। যদি কোন সংখ্যা দ্বারা একের অধিক ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যাকে ভাগ করিলে ভাগ শেষ না থাকে, তবে সেই ভাজককে ভাজ্যগুলির **সাধারণ গুণনীয়ক** বলে। এবং ভাজ্যগুলির বৃহত্তম সাধারণ গুণনীয়ককে তাহাদের **গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক** বলে, তাহার সঙ্কেত গ, সা, গু,।

যদি কোন সংখ্যা একের অধিক সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ শেষ না থাকে, তবে ভাজ্যের সেই সংখ্যাকে সেই ভাজক সংখ্যাগুলির **সাধারণ গুণিতক** বলে। এবং সেই সংখ্যাগুলির ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতককে তাহাদের **লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক** বলে। তাহার সঙ্কেত ল, সা, গু,।

যথা, ১৮ কে ৬ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ শেষ থাকে না, অতএব ৬ কে ১৮ র গুণনীয়ক এবং ১৮ কে ৬ র গুণিতক বলা যায়।

২, ৩, ও ৬ ইহাদের প্রত্যেকটিই ১২ ও ১৮ উভয়ের গুণনীয়ক, অতএব ২, ৩, ও ৬ প্রত্যেকেই ১২ ও ১৮ র সাধারণ গুণনীয়ক, এবং ৬ উক্ত সংখ্যাদিগের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

১২ ও ২৪ উভয়েই ২, ৩ ৪ এর গুণিতক অতএব তাহাদের উভয়কেই ২, ৩, ৪ এর সাধারণ গুণিতক বলা যায় এবং ১২ কে ২, ৩, ৪ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বলিতে হইবে।

৫৫। দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক ও গুণিতক নির্ণয়ার্থে নিম্নলিখিত কএকটি কথা মনে রাখা কর্ত্তব্য।

(১) যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক শূন্য অথবা ২ দিয়া বিভাজ্য হয়, তাহা হইলে সেই সংখ্যা ২ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে। একথার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে পাওয়া যাইবে।

১৫০ = ১৫ × ১০ = ১৫ × ৫ × ২, সুতরাং ১৫০ কে ২ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ শেষ থাকিবে না।

৩৪৬ = ৩৪০ + ৬ = ৩৪ × ১০ + ৬ = ৩৪ × ৫ × ২ + ৬।

সুতরাং এককের ঘরের অঙ্ক ৬ যদি ২ দিয়া বিভাজ্য হয় তাহা হইলে ৩৪৬ ও ২ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

(২) যদি কোন সংখ্যার অঙ্ক সমষ্টি ৩ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে সেই সংখ্যা ৩ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

একথার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে পাওয়া যাইবে।

২৪৭ = ২০০ + ৪০ + ৭ = ২ × ১০০ + ৪ × ১০ + ৭
= ২ × (৯৯ + ১) + ৪ × (৯ + ১) + ৭
= ২ × ৯৯ + ৪ × ৯ + ২ + ৪ + ৭
= (২ × ১১ + ৪ × ১) × ৯ + ২ + ৪ + ৭
= (২ × ১১ + ৪ × ১) × ৩ × ৩ + ২ + ৪ + ৭।

সুতরাং ২ + ৪ + ৭ যদি ৩ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে ২৪৭ ও ৩ দিয়া বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে।

(৩) যদি কোন সংখ্যার দশক ও একক এই দুই ঘরের অঙ্ক শূন্য হয়, অথবা তাহা লইয়া যে সংখ্যা হয় তাহা ৪ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে সে সংখ্যা ৪ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

ইহার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে দেখা যাইবে।

৩৪২৮ = ৩৪০০ + ২৮ = ৩৪ × ১০০ + ২৮
= ৩৪ × ২৫ × ৪ + ২৮।

সুতরাং ২৮ যদি ৪ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে ৩৪২৮ ও ৪ দিয়া বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে।

(৪) যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক ০ অথবা ৫ হয় তবে সেই সংখ্যা ৫ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

ইহার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে জানা যাইবে।

৪৬০ = ৪৬ × ১০ = ৪৬ × ২ × ৫,
৫৬৫ = ৫৬ × ১০ + ৫ = ৫৬ × ২ × ৫ + ৫,
৫৬৭ = ৫৬ × ১০ + ৭ = ৫৬ × ২ × ৫ + ৭।

সুতরাং প্রথম দুইটি সংখ্যা ৫ দিয়া বিভাজ্য, তৃতীয়টি নহে।

(৫) যদি কোন সংখ্যা ২ দিয়া এবং ৩ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে সেই সংখ্যা ৬ দিয়া বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে।

ইহার হেতু এই যে ৬ = ২ × ৩।

(৬) যদি কোন সংখ্যার শতক, দশক ও একক এই তিনটি ঘরের অঙ্ক শূন্য হয়, অথবা তাহা লইয়া যে সংখ্যা হয় তাহা ৮ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে সেই সংখ্যা ৮ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

ইহার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে পাওয়া যাইবে।

১৭২৩২ = ১৭০০০ + ২৩২
= ১৭ × ১০০০ + ২৩২
= ১৭ × ১২৫ × ৮ + ২৩২।

সুতরাং ২৩২ যদি ৮ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে ১৭২৩২ ও ৮ বিভাজ্য, নতুবা নহে।

(৭) যদি কোন সংখ্যার অঙ্ক সমষ্টি ৯ দিয়া বিভাজ্য হয় তবে সেই অঙ্ক ৯ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

ইহার প্রমাণ উপরের দ্বিতীয় কথার উদাহরণে এবং ৪২ ধারাতে পাইবে।

(৮) যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক ০ হয় তবে তাহা ১০ দিয়া বিভাজ্য, নতুবা নহে।

ইহার প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে পাওয়া যাইবে।

৬৭০ = ৬৭ × ১০, ৬৭২ = ৬৭ × ১০ + ২।

সুতরাং প্রথম সংখ্যাটি ১০ দিয়া বিভাজ্য, দ্বিতীয়টি নহে।

৫৮। কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা স্থির করিতে হইলে ১ হইতে সেই সংখ্যা পর্য্যন্ত লিখিয়া ২ হইতে প্রত্যেক দ্বিতীয় সংখ্যার উপর একটি একটি বিন্দু চিহ্ন দাও, তাহার পর প্রথম অচিহ্নিত সংখ্যা অর্থাৎ ৩ হইতে প্রত্যেক তৃতীয় সংখ্যার উপরে ঐরূপ চিহ্ন দাও। তাহার পর প্রথম অচিহ্নিত সংখ্যা অর্থাৎ ৫ হইতে প্রত্যেক পঞ্চম সংখ্যার উপরে বিন্দু চিহ্ন দাও। এইরূপে লিখিত সংখ্যা শ্রেণির মধ্যবর্ত্তি সংখ্যা পর্য্যন্ত যাও।

তাহাতে যদি বিবেচ্য সংখ্যা অচিহ্নিত থাকে তবে তাহা মৌলিক সংখ্যা। অপর যে সংখ্যাগুলি অচিহ্নিত রহিল তাহারাও মৌলিক সংখ্যা।

এই প্রক্রিয়া তাহার আবিষ্কর্ত্তা ইরাটস্থিনিষের নামে অভিহিত, এবং ইহাকে ইরাটস্থিনিষের চালনী বলে। কারণ ইহা দ্বারা মৌলিক সংখ্যাগুলি চালিয়া লওয়া যায়। আর তাহার হেতু এই যে ১ হইতে প্রত্যেক দ্বিতীয় সংখ্যা ২ দিয়া বিভাজ্য, ৩ হইতে প্রত্যেক তৃতীয় সংখ্যা ৩ দিয়া বিভাজ্য, ইত্যাদি।

১ হইতে ১০০ পর্য্যন্ত মৌলিক সংখ্যার চালনী নিম্নে প্রদর্শিত হইল।

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯	৩০
৩১	৩২	৩৩	৩৪	৩৫	৩৬	৩৭	৩৮	৩৯	৪০
৪১	৪২	৪৩	৪৪	৪৫	৪৬	৪৭	৪৮	৪৯	৫০
৫১	৫২	৫৩	৫৪	৫৫	৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০
৬১	৬২	৬৩	৬৪	৬৫	৬৬	৬৭	৬৮	৬৯	৭০
৭১	৭২	৭৩	৭৪	৭৫	৭৬	৭৭	৭৮	৭৯	৮০
৮১	৮২	৮৩	৮৪	৮৫	৮৬	৮৭	৮৮	৮৯	৯০
৯১	৯২	৯৩	৯৪	৯৫	৯৬	৯৭	৯৮	৯৯	১০০

১ হইতে ১০০ মধ্যে কেবল নিম্ন লিখিত সংখ্যাগুলি মৌলিক, ১, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯, ৬১, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৯, ৮৩, ৮৯, ৯৭।

৫৭। যদি কোন দুই বা ততোধিক সংখ্যাব প্রত্যেকটি মৌলিক সংখ্যা হয়, তাহা হইলে তাহাদেব কোন সাধাবণ গুণনীয়ক থাকিতে পাবে না, কারণ তাহাদেব কোনটিব কোন গুণনীয়ক নাই। এবং তাহাদেব ক্রমান্বয়ে গুণনেব গুণফল তাহাদেব লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক, কাবণ তাহাদেব গুণফল অপেক্ষা কোন ক্ষুদ্রতব সংখ্যা সেই মৌলিক সংখ্যাগুলির দ্বারা বিভাজ্য হইতে পাবে না।

৫৮। যদি কোন দুই বা ততোধিক সংখ্যাব মৌলিক উৎপাদক সমস্ত ৫৫ ধাবা অনুসারে জানা যায়, তবে তাহাদেব গবিষ্ঠ সাধাবণ গুণনীয়ক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক সহজেই নির্ণয় কবা যায়। কাবণ প্রত্যেক সংখ্যাব মৌলিক উৎপাদকগুলি শ্রেণিবদ্ধ কবিয়া পৃথক্ পৃথক্ লিখিলে তাহাদের মধ্যে যে যে উৎপাদক সকল সংখ্যাতেই আছে,

সেই সাধাবণ উৎপাদকগুলিব ক্রমান্বয়ে গুণনেব ফলই সেই সংখ্যাগুলিব গবিষ্ঠ সাধাবণ গুণনীয়ক হইবে। তাহাব হেতু এই যে সেই গুণফল দ্বাবা সেই সংখ্যাগুলিব প্রত্যেকটিই বিভাজ্য, এবং তদপেক্ষা কোন বৃহত্তব সংখ্যা দ্বাবা সেই সংখ্যাগুলি বিভাজ্য নহে।

এবং সেই সাধারণ উৎপাদক গুলিব সহিত প্রত্যেক সংখ্যার সমস্ত অপব মৌলিক উৎপাদকগুলিব ক্রমান্বয়ে গুণনেব ফল সেই সংখ্যাগুলিব লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক হইবে। কাবণ সেই গুণফল সেই সংখ্যাগুলিব প্রত্যেকেব দ্বারা বিভাজ্য, এবং তদপেক্ষা ক্ষুদ্রতব কোন সংখ্যা তাহাদেব প্রত্যেকেব দ্বাবা বিভাজ্য নহে।

যথা—২৪, ৩৬ ও ৬০ এই তিনটি সংখ্যা লওয়া যাউক। দেখা যাইতেছে

২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩

৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩

৬০ = ২ × ২ × ৩ × ৫।

ইহাদেব প্রত্যেকেরই মৌলিক উৎপাদক শ্রেণির মধ্যে দুইটি ২ এবং একটি

৩ আছে। ২৪ এতে তিনটি ২ আছে বটে, কিন্তু ৩৬ ও ৬০ এতে নাই, এবং ৩৬ এতে দুটি ৩ আছে বটে, কিন্তু ২৪ ও ৬০ এ তাহা নাই। সুতরাং ২×২×৩=১২, উক্ত তিনটি সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক। কারণ ২×২×৩ দ্বারা ঐ তিনটি সংখ্যাই বিভাজ্য, এবং তদপেক্ষা কোন বড় সংখ্যা তাহাদের সাধারণ গুণনীয়ক হইতে পারে না। এবং ২×২×৩ ছাড়া—

২৪ এর মৌলিক উৎপাদক আর একটি ২,
৩৬ এর ৩,
৬০ এর একটি ৫।

সুতরাং ২×২×৩×২×৩×৫=৩৬০,

উক্ত সংখ্যা তিনটির লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক। কারণ ৩৬০ ঐ তিনটি সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য, এবং ৩৬০ অপেক্ষা ছোট কোন সংখ্যা ঐ তিনটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক হইতে পারে না।

৫৯। **দুইটি সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের নিয়ম।** বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দিয়া ভাগ কর। ভাগ শেষ যদি না থাকে তবে সেই ছোট সংখ্যাটিই সংখ্যাদ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক। যদি ভাগশেষ থাকে তবে সেই ভাগশেষ দিয়া ছোট সংখ্যাটিকে অর্থাৎ পূর্ব্ববর্ত্তী ভাজককে ভাগ কর। ভাগশেষ না থাকিলে এই বার কার ভাজকই সংখ্যা দ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক। যদি ভাগশেষ থাকে তবে তদ্দ্বারা শেষ বারের ভাজককে ভাগ কর। এইরূপে যাইতে যাইতে যে বারে ভাগশেষ থাকিবে না সেই বারের ভাজকই সংখ্যা দ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

উদাহরণ। ৯০ ও ৭৮ ইহাদের গ, সা, গ, নির্ণয় কর।

```
৭০)৯৮(১
   ৭০
   --
   ২৮)৭০(২
      ৫৬
      --
      ১৪)২৮(২
         ২৮
         --
          ০
```

৯৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ, =১৪।

এই নিয়মের হেতু।

১৪ দিয়া ২৮ বিভাজ্য

১৪..... ২৮ × ২ বা ৫৬

১৪ ৫৬ + ১৪ বা ৭০

১৪ . ৭০ + ২৮ বা ৯৮

৯৮ ও ৭০ এব একটি সাধাবণ গুণনীয়ক ১৪।

আবার ৯৮ ও ৭০ এব প্রত্যেক সাধাবণ গুণনীয়ক ৯৮ — ৭০ এর গুণনীয়ক। কাবণ তদ্বাবা যখন ৭০ বিভাজ্য এবং ৯৮ ও বিভাজ্য তখন ৯৮ হইতে ৭০ বাদ দিলে যাহা বাকি থাকে তাহাও অবশ্যই তাহাব দ্বাবা বিভাজ্য হইবে।

∴ ৯৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ, ৯৮ — ৭০ = ২৮ এর গুণনীয়ক,

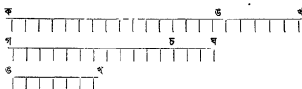
এবং ৭০ — ২ × ২৮ = ১৪ ব ।

কিন্তু ১৪ অপেক্ষা বড কোন সংখ্যা ১৪ব গুণনীয়ক হইতে পাবে না।

১৪ ই ৯৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ,।

এই কথা নিম্নেব উদাহবণে আবও স্পষ্ট বুঝা যাইবে। সুবিধার জন্য ২১ ও ১৫ এই দুইটি ছোট ছোট সংখ্যা লওযা যাউক। তাহা হইলে উক্ত নিয়ম মত প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

১৫)২১(১
   ১৫
   ৬)১৫(২
      ১২
      ৩)৬(২
         ৬

দুটি সরল বেখা কখ ও গঘ, একটি ২১ সূতা লম্বা ও একটি ১৫ সূতা লম্বা, পাশাপাশি টান (১ সূতা ১ ইঞ্চিব ৮ ভাগেব ১ ভাগ)। তাহা হইলে ২১ ও ১৫ এই দুই সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয়েব প্রশ্ন এই আকাব ধাবণ করিবে,—কখ ও গঘ উভয়কেই যে দীর্ঘতম রেখা দ্বাবা মাপা যায় তাহা কয সূতা লম্বা?—

এই প্রশ্নের উত্তর দিতে হইলে প্রথমে কখ কে গঘ দিয়া মাপ। তাহাতে দেখা যায় কঙ পর্য্যন্ত মাপ হইয়া ঙখ বাকি থাকে। তাহার পর ঙখ দিয়া গঘ মাপ। তাহাতে দেখা যায় গঘ তে ঙখ দুই বার যায় এবং চঘ বাকি থাকে। তদনন্তর চঘ দিয়া ঙখ মাপ। তাহাতে দেখা যায় ঙখ র মধ্যে চঘ ঠিক দুই বার যায় এবং আর কিছু বাকি থাকে না। অতএব চঘ অর্থাৎ ৩ সুতা লম্বা রেখাই ২১ সুতা ও ১৫ সুতা দুই রেখার দীর্ঘতম সাধারণ মাপের রেখা, অর্থাৎ ৩ ই ২১ ও ৫ র গ, সা, গ,। কারণ,

চঘ রেখা ঙখ কে ঠিক মাপিতেছে,

চঘ ২ × ঙখ অর্থাৎ গচ কে . .

চঘ গচ + চঘ বা গঘ কে . ..

চঘ গঘ + ঙখ বা কখ কে

চঘ কখ ও গঘ উভয়কে

আবার যে রেখা কখ ও গঘ কে মাপ করিবে তাহা অবশ্যই

কখ — গঘ কে অর্থাৎ ঙখ কে মাপ করিবে।

সুতরাং কখ ও গঘর গ, সা, গ, গঘ — ২ × ঙখ অর্থাৎ চঘকে মাপ করিবে।

কিন্তু চঘ অপেক্ষা কোন দীর্ঘতর রেখা চঘ কে মাপিতে পারে না। সুতরাং চঘই কখ ও গঘ র দীর্ঘতম সাধারণ মাপ।

৬০। তিন বা ততোধিক সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের নিয়ম।

প্রথম দুইটি সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর, তাহার পর সেই গ, সা, গ, ও তৃতীয় সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর। তাহার পর সেই গ, সা, গ, ও, চতুর্থ সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর। এইরূপে শেষ নির্ণীত গ, সা, গ,ই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যাগুলির গ, সা, গ, হইবে।

কারণ ৫৯ ধারাতে স্পষ্ট দেখা গিয়াছে কোন দুই সংখ্যার প্রত্যেক সাধারণ গুণনীয়ক তাহাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়কের গুণনীয়ক। সুতরাং সেই গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়কের ও তৃতীয় সংখ্যার গ, সা, গ, অবশ্যই তিনটি সংখ্যারই গ, সা, গ, হইবে।

৬১। দুইটি সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক নির্ণয়ের নিয়ম।

সংখ্যা দ্বয়ের গুণফলকে তাহাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়কের দ্বারা ভাগ **করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহাই তাহাদের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক।**

এই নিয়মের হেতু এই যে, কোন দুইটি সংখ্যার গুণ ফলে তাহাদের সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলি সমস্ত উৎপাদকরূপে দুইবার থাকে, কিন্তু তাহাদের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকে সেই সাধারণ উৎপাদকগুলি কেবল একবার, ও তাহাদের উভয়ের অপর মৌলিক উৎপাদকগুলি সমস্ত, উৎপাদকরূপে থাকা আবশ্যক। সুতরাং তাহাদের গুণফল তাহাদের গ, সা, গ, দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহাই তাহাদের ল, সা, গ,।

উদাহরণ। ২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ, নির্ণয় কর।

২৪ ও ৬০ এর গ, সা, গ, ১২।

২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ, = ২৪ × ৬০ – ১২ = ১২০।

কারণ ২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩, ০ = ২ × ২ × ৩ × ৫,

অতএব ২৪ × ৬০ = (২ × ২ × ২ × ৩) × (২ × ২ × ৩ × ৫)।

এবং এই গুণ ফলে ২ × ২ × ৩ উৎপাদকরূপে দুই বার রহিয়াছে,

অথচ একবার থাকাই যথেষ্ট ও তাহাই আবশ্যক।

সুতরাং ২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ, (২৪ × ৬০) – (২ × ২ × ৩) = ১২০।

৬২। দুইটি সংখ্যার যে কোন সাধারণ গুণিতক তাহাদের লঘিষ্ঠ **সাধারণ গুণিতকের গুণিতক।**

কারণ দুইটি সংখ্যার যে কোন সাধারণ গুণিতকে তাহাদের প্রত্যেকের সমস্ত মৌলিক উৎপাদক অন্ততঃ একবার অবশ্যই থাকিবে, এবং তদতিরিক্ত অপর উৎপাদক দুই একটি থাকিতে পারে। সুতরাং তাহা সংখ্যা দ্বয়ের **লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক দ্বারা অবশ্যই বিভাজ্য।**

৬৭। (১) **তিনটি বা ততোধিক সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক নির্ণয়ের নিয়ম।** অগ্রে প্রথম দুইটি সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কর। তাহার পর সেই ল, সা, গ, এবং তৃতীয় সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কর। তাহার পর সেই শেষ নির্ণীত ল, সা, গ, ও চতুর্থ সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কর।

এইরূপে সর্ব্বশেষ নির্ণীত ল, সা, গ, ই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, হইবে।

কারণ প্রথম দুইটি সংখ্যার যে কোন গুণিতক তাহাদের ল, সা, গ এর গুণিতক, সুতরাং প্রথম দুইটি সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ও তৃতীয় সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক অবশ্যই নির্দ্দিষ্ট তিনটি সংখ্যার ল,সা,গ, হইবে।

(২) **অনেকগুলি সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয়ের আর একটি নিয়ম।** নির্দ্দিষ্ট সংখ্যাগুলির মধ্যে যাহারা অপর কোন নির্দ্দিষ্ট সংখ্যার গুণনীয়ক তাহাদিগকে বাদ রাখিয়া বাকি সংখ্যাগুলিকে এক পংক্তিতে এক একটি কমা দ্বারা পৃথক্ করিয়া লিখ, এবং নিম্নে একটি রেখা টান।

পরীক্ষা করিয়া দেখ, ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যার মধ্যে ক্ষুদ্রতম কোন্ সংখ্যার দ্বারা লিখিত সংখ্যা শ্রেণির অন্ততঃ দুইটি সংখ্যা বিভাজ্য। সেই মৌলিক সংখ্যাকে ভাজক স্বরূপ পংক্তির বামে লিখিয়া প্রত্যেক নির্দ্দিষ্ট সংখ্যাকে তদ্দ্বারা ভাগ করিয়া ভাগ ফল সেই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যার নিম্নে, এবং যে কোন নির্দ্দিষ্ট সংখ্যা তদ্দ্বারা বিভাজ্য নহে সেই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যা আপন নিম্নে, লিখ। এইরূপে আর একটি সংখ্যার পংক্তি পাওয়া যাইবে। এই দ্বিতীয় পংক্তির সংখ্যাগুলি সম্বন্ধেও উক্তরূপ প্রক্রিয়া কর, এবং তাহার পর তৃতীয় এক পংক্তি সংখ্যা পাওয়া যাইবে।

এইরূপে ক্রমশ চলিবে যতক্ষণ না এমন এক পংক্তি সংখ্যা পাওয়া যায় যে তাহাদের কোন দুইটির সাধারণ গুণনীয়ক নাই।

তাহার পর সমস্ত ভাজকগুলির এবং শেষ পংক্তির সমস্ত সংখ্যাগুলির ক্রমান্বয়ে গুণন দ্বারা যে গুণফল পাওয়া যায়, তাহাই নির্দ্দিষ্ট সংখ্যাগুলির ল, সা, গ,।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ৯, ১২, ১৫, ১৬, ২০, ২৪ এই সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, নির্ণয় কর।

২৪ যখন ১২র গুণিতক তখন ২৪ ও অপর সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, অবশ্যই ১২, ২৪ ও সেই অপর সংখ্যাগুলির ল, সা, গু, হইবে। সুতরাং ১২ কে বাদ রাখা যাইতে পারে। অপর সংখ্যাগুলি সম্বন্ধে উপরের নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

২	৯, ১৫, ১৬, ২০, ২৪
২	৯, ১৫, ৮, ১০, ১২
২	৯, ১৫, ৪, ৫, ৬
৩	৯, ১৫, ২, ৫, ৩
৫	৩, ৫, ২, ৫, ১
	৩, ১, ২, ১, ১

ল, সা, গ, $-$ ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৩ × ১ × ২ × ১ × ১ = ৭২০।

প্রথম পংক্তির সংখ্যাগুলির মধ্যে ১৬, ২০, ২৪ এই তিনটিতেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে, এবং তাহাদের ল, সা, গ, এতে সেই ২ একবার ও কেবল একবার থাকা আবশ্যক। অতএব প্রথম ভাজক ২ এবং ১৬, ২০, ও ২৪ এর পরিবর্তে ৮, ১০, ১২ ও অপর সংখ্যাগুলির গুণফল লইলেই যথেষ্ট হইবে।

দ্বিতীয় পংক্তিতে আবার দেখা যাইতেছে ৮, ১০, ১২ এ তিনেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে এবং তাহা একবার ও কেবল একবার থাকা আবশ্যক। অতএব দ্বিতীয় ভাজক ২ ও ঐ তিনটি সংখ্যার স্থলে ৪, ৫, ৬ লইলেই যথেষ্ট হইবে।

তৃতীয় পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৪ ও ৬ এই দুইটিতেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে। অতএব তৃতীয় ভাজক ২ ও ঐ দুইটির পরিবর্তে ২ ও ৩ লইলেই চলিবে।

চতুর্থ পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৯, ১৫ ও ৩ এই তিনটিতেই মৌলিক উৎপাদক ৩ আছে। অতএব চতুর্থ ভাজক ৩ ও ঐ তিনটির স্থলে ৩, ৫ ও ১ লইলেই চলিবে।

পঞ্চম পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৫ ও ৫ এই দুইটির স্থলে একটি ৫ই যথেষ্ট। অতএব পঞ্চম ভাজক ৫ ও ঐ দুইটি সংখ্যার স্থলে ১, ১ লইলেই চলিবে।

ষষ্ঠ পংক্তির সংখ্যাগুলির কোন সাধারণ গুণনীয়ক নাই। অতএব পাঁচটি ভাজক, ২, ২, ২, ৩, ৫ ও শেষ পংক্তির সংখ্যা শ্রেণি অর্থাৎ ৩, ১, ২, ১, ১, এই সমস্ত সংখ্যাগুলির ক্রমান্বয়ে গুণফল অর্থাৎ ৭২০, উদাহরণের সংখ্যাগুলির ল, সা, গু, ।

৩৪। (১) **সাঙ্কেতিক চিহ্নযুক্ত অঙ্ক মালার মূল্য নিরূপণ।**

পূর্ব্বে (৯ ধারায়) বলা হইয়াছে বন্ধনী বা দীর্ঘমাত্রার অন্তর্গত প্রক্রিয়াগুলি অগ্রে সম্পন্ন করিতে হইবে। এবং তাহার যে ফল তাহাকে একটি রাশি মনে করিবে।

এক্ষণে বন্ধনী বা দীর্ঘমাত্রার অন্তর্গত ভিন্ন ভিন্ন প্রক্রিয়ার ও তাহার বহির্গত ভিন্ন ভিন্ন প্রক্রিয়ার সম্পাদনের অগ্রপশ্চাৎ ক্রম কি তাহা বলা যাইতেছে।

সর্ব্বাগ্রে — চিহ্নের প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিবে, অর্থাৎ ÷ চিহ্নের পূর্ব্বস্থিত রাশিকে তাহার পরবর্ত্তী রাশি দ্বারা ভাগ করিবে।

তাহার পর × চিহ্নের প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিবে, অর্থাৎ × চিহ্নের পূর্ব্বস্থিত রাশিকে তৎপরবর্ত্তী রাশি দ্বারা গুণ করিবে।

তদনন্তর প্রত্যেক — চিহ্নের পরস্থিত যে যে রাশি আছে সেই সেই রাশিগুলির সমষ্টি লইয়া তাহা অপর রাশিগুলির সমষ্টি হইতে বাদ দিবে।

আর সেই বিয়োগ ফলই অঙ্ক মালার মূল্য।

উদাহরণ। ৫৪ — ৩ × ২ — ১৮ — (২ × ৩) × ৪ + (৫১ ÷ ৩ — ১৫) × ৮
— (১২ × ৪ — ৮০ ÷ ২)

ইহার মূল্য নিরূপণ কর।

৫৪ — ৩ × ২ — ৮ ÷ (২ × ৩) × ৪ + (৫১ — ৩ — ১৫) × ৮ — (১২ × ৪ — ৮০ ÷ ২)

= ৫৪ ÷ ৩ × ২ — ১৮ ÷ ৬ × ৪ + (১৭ — ১৫) × ৮ — (৪৮ — ৪০)

= ৫৪ ÷ ৩ × ২ — ১৮ ÷ ৬ × ৪ + ২ × ৮ — ৮

= ১৮ × ২ — ৩ × ৪ + ২ × ৮ — ৮ = ৩৬ — ১২ + ১৬ — ৮ = ৫২ — ২০

= ৩২।

(২) **মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় সম্বন্ধীয় বিবিধ প্রশ্ন সমাধানের নিয়ম।** মনে কর **ইষ্ট রাশি,** অর্থাৎ যে রাশি উপস্থিত প্রশ্নের উত্তর বা উত্তরের অংশ, স অঙ্কের দ্বারা প্রকাশ করা গেল।

তাহার পর বিবেচনা করিয়া দেখ সেই ইষ্ট রাশি ও প্রশ্নোক্ত অন্যান্য রাশি পরস্পরের কিরূপ সম্বন্ধ আছে। এবং সেই সম্বন্ধ অনুসারে স ও উক্ত অন্যান্য রাশিগুলিকে তাহারা যে যে ক্রিয়া দ্বারা সম্বদ্ধ তত্তৎ ক্রিয়ার চিহ্ন সহ রাশিমালা আকারে লিখ।

তদনন্তর বিবেচনা করিয়া দেখ প্রশ্নানুসারে কোন্ রাশিমালা কোন্ রাশিমালার সহিত সমান। সেই সমান রাশিমালাদ্বয় হইতে স নিরূপিত হইবে।

এই নিয়মের প্রয়োগ ও হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ক, খ, গ, তিনটি ভ্রাতার বয়সের সমষ্টি ২১ বৎসর। জ্যেষ্ঠের বয়স কনিষ্ঠের বয়সের চতুর্গুণ, ও মধ্যমের বয়স কনিষ্ঠের বয়সের দ্বিগুণ। কাহার বয়স কত?

মনে কর কনিষ্ঠ গ এর বয়স = স বৎসর।

তাহা হইলে মধ্যম খ এর বয়স = ২ × স বৎসর,

এবং জ্যেষ্ঠ ক এর বয়স = ৪ × স বৎসর।

প্রশ্নানুসারে স + ২ × স + ৪ × স = ২১ বৎসর।

∴ ৭ × স = ২১ বৎসর,

∴ স = ৩ বৎসর।

∴ ক এর বয়স = ৪ × ৩ = ১২ বৎসর,

খ এর বয়স = ২ × ৩ = ৬ বৎসর,

গ এর বয়স = ৩ বৎসর।

উদাহরণ (২)। ক, খ, গ, তিনটি বালকের প্রত্যেকের হাতে কএকটি করিয়া পয়সা আছে। কএর হাতে যত আছে খ এর হাতে তাহার দ্বিগুণ অপেক্ষা ২টি কম, এবং গ এর হাতে তাহার তিনগুণ অপেক্ষা ৩টি কম। আর তিন জনের হাতের মোট পয়সার সংখ্যা কএর হাতের পয়সার সংখ্যার পাঁচ গুণ। কাহার হাতে কত পয়সা আছে?

মনে কর ক এর হাতের পয়সার সংখ্যা = স।

তাহা হইলে খ এর হাতের পয়সার সংখ্যা = ২ × স — ২,

এবং গ এর হাতের পয়সার সংখ্যা = ৩ × স — ৩।

প্রশ্নানুসারে স + ২ × স — ২ + ৩ × স — ৩ = ৫ × স,

৬ × স — ৫ = ৫ × স।

উভয়দিক হইতে ৫ × স বাদ দিলে ১ × স — ৫ = ০,

উভয়দিকে ৫ যোগ করিলে স = ৫,

ক এর হাতে ৫টি পয়সা,

খ এর হাতে ২ × ৫ — ৩ = ৮টি পয়সা,

এবং গ এর হাতে ৩ × ৫ — ৩ = ১২টি পয়সা আছে।

৬ (১)। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির গ, সা, গ, নির্ণয় কর।

(১) ২৪ ও ৩০, ৩২ ও ৪৮, ২৪ ও ৬০, ১১৫ ও ১৬১।

(২) ১০৫ ও ৬০০, ৫০ ও ১২৫, ১২১ ও ১৩৩১, ৩৬১ ও ৩৮০০।

(৩) ১২৩৪৫৬৭৮৯ ও ৯৮৭৬৫৪৩২১।

(৪) ২৪, ৩০, ও ৪৮। ১০৮, ১৪৪, ও ১৯২।

(৫) ১৫০, ২২৫, ও ৩৬৫।

(৬) ১৪৪, ১৮০, ২১৬, ও ৩১৪।

২। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, নির্ণয় কব।

(১) ১২ ও ২৭, ১৪ ও ৪২, ১৪ ও ৬৩, ৩৫ ও ১১৯।

(২) ৮৫২ ও ২৩৪৩, ১৪১৪ ও ২২২২।

(৩) ১২৩৪৫৬৭৮৯ ও ৯৮৭৬৫৪৩২১।

(৪) ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯।

(৫) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ও ১৫।

(৬) ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ও ১৬।

৬ (২)। বিবিধ প্রশ্নমালা।

১। ক, খ, গ, তিনটি বালকেব প্রত্যেকেব হাতে কএকটি কবিয়া পয়সা আছে। তাহাব সমষ্টি ১৮। ক ও খ ব হাতে যাহা আছে তাহা একত্র করিলে ৯টি এবং ক ও গ র হাতে যাহা আছে তাহা একত্র কবিলে ১২টি হয়। কাহাব হাতে কয়টি পয়সা আছে তাহা নির্ণয় কব।

২। ক বাঙ্গালা ১৩০১ সালে এবং খ বাঙ্গালা ১৩১১ সালে জন্মিয়াছে। খ অপেক্ষা ক কত বৎসরের বড়, এবং বর্ত্তমান ১৩২০ সালে প্রত্যেকের বয়স কত?

৩। কোন ব্যক্তির ২৫ বৎসর বয়সে একটি পুত্র জন্মে। পিতাব বয়স যখন ৪০ বৎসব পুত্রের বয়স তখন কত? এবং পুত্রের বয়স যখন ৪০ বৎসব পিতার বয়স তখন কত হইবে?

৪। একটি বাগানে ৫ সার আম্র বৃক্ষ আছে, প্রত্যেক সারিতে ২৫টি করিয়া আম্র বৃক্ষ আছে, এবং প্রত্যেক আম্র বৃক্ষ হইতে ১৫টি করিয়া আম্র পাড়া হইয়াছে। মোট কতগুলি আম্র পাড়া হইয়াছে?

৫। কত দিয়া ১৫ কে গুণ করিলে ২৪০ হইবে, এবং কত দিয়া ২৪০ কে ভাগ করিলে ১৫ হইবে?

৬। একটি বাগানে ১৮ সারিতে মোট ৩২৪ টি নারিকেল গাছ আছে। প্রত্যেক সারিতে গাছের সংখ্যা সমান। সেই সংখ্যা কত?

৭। যদি ৯ টি আম্র ১ টাকায় পাওয়া যায় তবে সেইরূপ ১১৭ টি আম্রের মূল্য কত?

৮। কোন বিদ্যালয়ের প্রথম শ্রেণিতে যত ছাত্র আছে দ্বিতীয় শ্রেণিতে তদপেক্ষা ৫ জন অধিক, এবং তৃতীয় শ্রেণিতে দ্বিতীয় শ্রেণি অপেক্ষা ১০ জন অধিক। যদি ঐ তিন শ্রেণির ছাত্র একত্র করিলে তাহাদের সংখ্যা ৬৫ হয় তবে প্রত্যেক শ্রেণিতে কতগুলি ছাত্র আছে নির্ণয় কর।

৯। নিম্নলিখিত রাশিমালাকে সরল কর—

$$৬৮\div(৩\times৪+৫)+১৬\times(২০-২\times৩-৩০)-(৪-৮\div৪)।$$

১০। নিম্নলিখিত রাশিমালার পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$১০\times১২-(১৩\times৩-১৯\times২)-(৩\times৭-৪\times৫)+৬০।$$

১১। ভিক্ষুককে দিবার নিমিত্ত কোন ব্যক্তির হস্তে ৬০ টি পয়সা আছে এবং তাঁহার ভ্রাতার হস্তে ৪৮ টি পয়সা আছে। ঊর্দ্ধ সংখ্যা কয়জন ভিক্ষুককে তদ্দ্বারা উভয়ে নিজ নিজ হস্তস্থিত পয়সাগুলি সমান ভাগ করিয়া দিতে পারেন, এবং প্রত্যেক ভিক্ষুক সেই বিতরণে মোট কয়টি করিয়া পয়সা পাইবে?

১২। ন্যূন সংখ্যা কতগুলি টাকা ইচ্ছা মত ৩ টি করিয়া, ৪ টি করিয়া, ৫ টি করিয়া, অথবা ৬ টি করিয়া থাক দেওয়া যাইতে পারে?

১৩। এক ব্যক্তি ১৫০০ টাকা তাহার ২ পুত্র ও ১ কন্যাকে এইরূপে ভাগ করিয়া দিতে ইচ্ছা করেন যে, প্রত্যেক পুত্রের ভাগ কন্যার ভাগের দ্বিগুণ হয়। কে কত টাকা পাইবে?

১৪। যদি ১৮ টি টাকা ক, খ, ও গ তিন জনকে এইরূপে ভাগ করিয়া দেওয়া হয় যে ক যাহা পাইবে খ তাহার দ্বিগুণ পাইবে, এবং খ যাহা পাইবে গ তাহার তিনগুণ পাইবে, তাহা হইলে কে কত পাইবে?

১৫। দুইটি সংখ্যার গুণ ফল ৮৬৪, এবং তাহাদের ল, সা, গু, ১২। তাহাদের গ, সা, গু, কত?

১৬। নিম্নের অঙ্কমালাগুলির মূল্য নির্ণয় কর।

(১) $৬৮-(৩\times৪+৫)+(২\times২০\div২\times৩-৩৩)-৪-৮-৪$।

(২) $২\times৩\times৪-৫\times(২১-৪\times৫)+৫-৬\div(৩২-৩\times১০)$।

(৩) $(৩-২)^{৪}+(৪\times২-১৮-৩)^{৪}-(৬৬\div১১-১০-৫)^{২}$।

দ্বিতীয় অধ্যায়।

অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া।

উপক্রমণিকা।

৬৫। পূর্ব্ব অধ্যায়ে অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশির কথা বলা হইয়াছে। কিন্তু কেবল অখণ্ড রাশি লইয়া সকল স্থলে কার্য্য চলে না, অনেক স্থলে খণ্ড রাশি বা ভগ্নাংশ লইতে হয়। যথা, ৫টি সন্দেশ ২ টি বালককে সমান ভাগ করিয়া দিতে হইলে, প্রত্যেক বালক ২ টির কিঞ্চিৎ অধিক ও ৩ টির কিঞ্চিৎ অল্প সন্দেশ পাইবে, অর্থাৎ ২ টি অখণ্ড বা আস্ত সন্দেশ এবং ভাঙ্গা আধখানি সন্দেশ পাইবে। আবার ৫টি সন্দেশ তিনটি বালককে সমান ভাগ করিয়া দিতে হইলে প্রত্যেকে ১ টি করিয়া আস্ত সন্দেশ পাইবে, এবং যে ২টি সন্দেশ বাকি থাকে তাহা তিন ভাগ করিতে হইবে। কিন্তু ২ টি সন্দেশ তিন ভাগে ভাগ করা সহজ নহে, এই জন্য প্রত্যেকটিকে তিন ভাগে ভাগ করিয়া তাহার এক এক ভাগ প্রত্যেক বালকরে দিতে হইবে। অতএব প্রত্যেক বালক ১ টি আস্ত সন্দেশ ও দুই টুকরা সন্দেশের তৃতীয়াংশ পাইবে। এইরূপে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৫ কে ২ ভাগে ভাগ করিতে গেলে দেখা যায় প্রত্যেক ভাগ ২ অপেক্ষা বড়, কিন্তু ৩ অপেক্ষা ছোট, অর্থাৎ প্রত্যেক ভাগ কোন অখণ্ড রাশি নহে। প্রত্যেক অখণ্ড ভাগ ২ সহ ভাগ শেষ যে ১ থাকে তাহাকে দুই ভাগে খণ্ড করিয়া তাহারই এক এক ভাগ যোগ করিলে, দুই এবং অর্দ্ধ অর্থাৎ আড়াই এই সম্পূর্ণ ভাগফল পাওয়া যায়। এবং ৫ কে ৩ ভাগে ভাগ করিতে হইলে সম্পূর্ণ ভাগ ফল ১ ও একের তৃতীয়াংশের দুই অংশ।

৬৬। মূল সংখ্যা ১ কে ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি দ্বারা গুণ করিলে যেমন ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি অসংখ্য অখণ্ড সংখ্যা পাওয়া যায়, তেমনই মূল ১কে ২, ৩, ৪ ইত্যাদি ভাগে ভাগ করিলে অর্দ্ধাংশ, তৃতীয়াংশ, চতুর্থাংশ ইত্যাদি অসংখ্য ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।

আবার ইহাদের প্রত্যেক অংশকে ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি দ্বারা গুণ করিলে—
এক অর্দ্ধাংশ, দুই অর্দ্ধাংশ, তিন অর্দ্ধাংশ, চারি অর্দ্ধাংশ ইত্যাদি,
এক তৃতীয়াংশ, দুই তৃতীয়াংশ, তিন তৃতীয়াংশ, চারি তৃতীয়াংশ ইত্যাদি,
এক চতুর্থাংশ, দুই চতুর্থাংশ, তিন চতুর্থাংশ, চারি চতুর্থাংশ ইত্যাদি,
ইত্যাদি, ইত্যাদি,

অসংখ্য ভগ্নাংশের অসংখ্য শ্রেণি পাওয়া যায়। এবং এই সংখ্যা শ্রেণির মধ্যে সমস্ত খণ্ড ও অখণ্ড সংখ্যা আছে। যথা,

একের তিন ভাগের দুই ভাগ দ্বিতীয় শ্রেণির দ্বিতীয় সংখ্যা,
একের চারি ভাগের দুই ভাগ তৃতীয় শ্রেণির দ্বিতীয় সংখ্যা,
একের চারি ভাগের তিন ভাগ তৃতীয় শ্রেণির তৃতীয় সংখ্যা,
অখণ্ড দুই প্রথম শ্রেণির চতুর্থ সংখ্যা অথবা দ্বিতীয় শ্রেণির ষষ্ঠ সংখ্যা, ইত্যাদি।

৬৭। এতদ্ভিন্ন আর এক প্রকার ভগ্নাংশ আছে। যেমন ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি অঙ্ক ও তাহাদের প্রত্যেককে ১০, বা ১০ এর ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০, বা ১০ এর ১০ গুণের ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০০, ইত্যাদি দিয়া গুণ করিয়া, সেই সকল অঙ্কের বিন্যাস দ্বারা সমস্ত অখণ্ড সংখ্যা লিখা যায়—

(১২—১৫ ধারা দ্রষ্টব্য), সেইরূপ ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদিকে ১০, বা ১০এর ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০, বা ১০ এর ১০ গুণের ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০০, ইত্যাদি ভাগে ভাগ করিয়া তদ্দ্বারা,

১এর দশাংশের ১ অংশ, দশাংশের ২ অংশ, দশাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
২এর দশাংশের ১ অংশ, দশাংশের ২ অংশ, দশাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
৩এর দশাংশের ১ অংশ, দশাংশের ২ অংশ, দশাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
৪এর দশাংশের ১ অংশ, দশাংশের ২ অংশ, দশাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
ইত্যাদি, ইত্যাদি,

১এর শতাংশের ১ অংশ, শতাংশের ২ অংশ, শতাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
২এর শতাংশের ১ অংশ, শতাংশের ২ অংশ, শতাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
৩এর শতাংশের ১ অংশ, শতাংশের ২ অংশ, শতাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
ইত্যাদি, ইত্যাদি,

১এর সহস্রাংশের ১ অংশ, সহস্রাংশের ২ অংশ, সহস্রাংশের ৩অংশ ইত্যাদি,
২এর সহস্রাংশের ১ অংশ, সহস্রাংশের ২ অংশ, সহস্রাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,
ইত্যাদি, ইত্যাদি,

অসংখ্য ভগ্নাংশের অসংখ্য শ্রেণি পাওয়া যায়।

এই অসংখ্য শ্রেণির মধ্যে সমস্ত অখণ্ড সংখ্যা আছে তাহা সহজেই বুঝা যায় কারণ, ২ প্রথম শ্রেণির বিংশতি অংশ বা দ্বিতীয় শ্রেণির দশাংশ ইত্যাদি। ৩ প্রথম শ্রেণির ত্রিশ অংশ, বা তৃতীয় শ্রেণির দশাংশ, ইত্যাদি।

এই অসংখ্য শ্রেণির মধ্যে সমস্ত খণ্ড সংখ্যা বা ভগ্নাংশ আছে কি না তাহা পরে জানা যাইবে। (এই অধ্যায়ের দ্বিতীয় ভাগের ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)।

৬৮। প্রথমোক্ত প্রকার ভগ্নাংশকে **সামান্য ভগ্নাংশ** বলে। কারণ তাহা মূল রাশিকে দুই, তিন, চারি ইত্যাদি যে কোন সামান্য সংখ্যক ভাগে ভাগ করার ফল।

দ্বিতীয়োক্ত প্রকারের ভগ্নাংশকে **দশমিক ভগ্নাংশ** বলে। কারণ তাহা মূল রাশিকে দশ, শত অর্থাৎ দশগুণ দশ, সহস্র অর্থাৎ দশগুণ শত ইত্যাদি সংখ্যক ভাগে ভাগ করার ফল।

এই দুই প্রকার ভগ্নাংশের কথা এই অধ্যায়ের দুই ভাগে পৃথক্ ভাবে আলোচিত হইবে।

প্রথম ভাগ।

সামান্য ভগ্নাংশ।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন।

সামান্য ভগ্নাংশের আকার পরিবর্ত্তন।

৬৯। পূর্ব্বেই বলা হইয়াছে (৬৫ ও ৬৬ ধারা দ্রষ্টব্য) প্রত্যেক ভগ্নাংশই মূল ১ কে ২, ৩ ইত্যাদির মধ্যে কোন বিশেষ সংখ্যক ভাগে ভাগ করিয়া সেই ভাগের ১, ২, ৩ ইত্যাদির মধ্যে কোন বিশেষ সংখ্যক সমষ্টি। অতএব কোন ভগ্নাংশের পরিমাণ স্থির করিতে হইলে দুইটি সংখ্যা জানা আবশ্যক। প্রথম, মূল ১ কে কত ভাগে ভাগ করা হইয়াছে, দ্বিতীয়, সেইরূপ ভাগের কতগুলি ভাগ লওয়া হইয়াছে। প্রথমোক্ত সংখ্যাকে ভগ্নাংশের **হর** ও দ্বিতীয়োক্ত সংখ্যাকে ভগ্নাংশের **লব** বলে।

যথা, চতুর্থাংশের তিন অংশ এস্থলে ভগ্নাংশের হর ৪, লব ৩।

মূল ১ কে কোন বিশেষ সংখ্যক ভাগে ভাগ করিয়া সেইরূপ ভাগের কোন বিশেষ সংখ্যার সমষ্টি লইলে যে ফল হয়, শেষোক্ত সংখ্যাকে প্রথমোক্ত সংখ্যা দিয়া ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগ লইলেও ঠিক সেই ফল হইবে।

যথা, ১ কে ৪ ভাগে ভাগ করিয়া তাহার ৩ ভাগ লইলে যাহা হইবে, ৩ কে ৪ ভাগে ভাগ করিয়া তাহার ১ ভাগ লইলেও ঠিক সেই ফল হইবে। কারণ ৩ কে ৪ ভাগ করার অর্থ এই যে, ৩ যে তিনটি একের সমষ্টি তাহাদের প্রত্যেকটিকে ৪ ভাগে ভাগ করা অর্থাৎ এককে ৪ ভাগে ভাগ করিয়া সেইরূপ ৩ টি ভাগ লওয়া। অতএব প্রত্যেক ভগ্নাংশের আর একটি অর্থ এই যে, তাহা লব কে হর দ্বারা ভাগের ভাগফল। আর তাহাই যদি হইল তবে ভগ্নাংশ লিখিবার সঙ্কেত পূর্ব্বেই (৯ ধারা দ্রষ্টব্য) নির্দ্দিষ্ট করা হইয়াছে, ও তাহা হর দ্বারা লবকে ভাগের চিহ্ন, যথা, $\frac{লব}{হর}$। যথা, ১ কে ৪ ভাগ করিয়া **তাহার ৩ ভাগ লইলে যে ভগ্নাংশ হয় তাহা $\frac{৩}{৪}$ এইরূপে লিখিত হইবে।**

প্রত্যেক ভগ্নাংশ দুই প্রকারে পঠিত হইতে পারে। যথা, $\frac{৩}{৪}$ ইহাকে "চতুর্থাংশের তিন অংশ" অথবা "তিন চতুর্থাংশ" বলিয়া পাঠ করা যাইতে পারে। ইহার মধ্যে দ্বিতীয় প্রণালীটি অপেক্ষাকৃত সংক্ষিপ্ত ও অধিক প্রচলিত, এবং তাহা আরও সংক্ষিপ্ত করা যায়, যথা,

"তিন চতুর্থ" "তিন—চার" বা "তিনের—চার"।

৭০। সামান্য ভগ্নাংশের কএকটি প্রকার ভেদ আছে। যথা–

(১) **প্রকৃত ভগ্নাংশ** অর্থাৎ যাহার লব হর অপেক্ষা ছোট। ইহারা প্রকৃতই ভগ্নাংশ যথা $\frac{৩}{৪}$।

(২) **অপ্রকৃত ভগ্নাংশ**, অর্থাৎ যাহার লব হর অপেক্ষা বড়। ইহারা আকারে ভগ্নাংশ হইলেও কখন সম্পূর্ণ অখণ্ড রাশি, কখন মিশ্র রাশি অর্থাৎ অখণ্ড রাশি ও ভগ্নাংশের সমষ্টি।

যথা $\frac{৬}{৩}=২$, অর্থাৎ একের তিন ভাগের ছয় ভাগ ঠিক দুই ২।

$\frac{৫}{৩}=১\frac{২}{৩}$, অর্থাৎ একের তিন ভাগের পাঁচ ভাগ অখণ্ড এক ও তাহার সঙ্গে তিন ভাগের দুই ভাগ।

(৩) **মিশ্র রাশি** অর্থাৎ অখণ্ড রাশি ও প্রকৃত ভগ্নাংশের সমষ্টি।

যথা, $১\frac{১}{৩}$।

(৪) **ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ**। যথা, $\frac{৪}{৬}$ এর $\frac{২}{৩}$।

(৫) **জটিল ভগ্নাংশ**, অর্থাৎ যাহার লব ও হর উভয়ই ভগ্নাংশ।

যথা, $\frac{\frac{৩}{৪}}{\frac{৫}{৬}}$।

৭১। **ভগ্নাংশ রূপান্তর করণের মূল সূত্র।**

(১) কোন রাশিকে যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করিয়া পুনরায় সেই সংখ্যা দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল সেই রাশিই হয়।

কারণ, গুণনের ফল গুণ্য রাশির যত গুণ,

ভাগের ফল সেই গুণফলের তত ভাগ। সুতরাং তাহা ঠিক মূল রাশিই হইবে।

(২) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করিতে হইলে ভগ্নাংশের লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ করিলেই হইবে।

কারণ, ভগ্নাংশের অর্থ এককে হর ভাগে ভাগ করিয়া সেই ভাগের লব গুণ লওয়া। সুতরাং ভগ্নাংশকে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করা, আর তাহাতে এককের হর ভাগের যত ভাগ লওয়া হইয়াছে তাহাকে অর্থাৎ লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ করা, একই ফলদায়ক।

যথা, $\frac{৫}{৬}\times ৩=\frac{৫\times ৩}{৬}=\frac{১৫}{৬}$।

(৩) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিতে হইলে ভগ্নাংশের হরকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ করিলেই হইবে।

কারণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগের অর্থ, মূল এককের গৃহীত লব সংখ্যক ভাগগুলিকে সেই অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা। সুতরাং মূল একককে হর সংখ্যক ভাগের স্থলে হরকে সেই অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করিয়া যে গুণফল হয় তত ভাগে ভাগ করিয়া তাহার লব সংখ্যক ভাগ লইলেই হইবে।

যথা, $\frac{৫}{৬}\div ৩=\frac{৫}{৬\times ৩}=\frac{৫}{১৮}$।

(৪) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করার ও তাহার হরকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার একই ফল।

কারণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করার অর্থ মূল এককের গৃহীত ভাগগুলিকে সেই সংখ্যক গুণে বর্দ্ধিত করা। এবং হরকে সেই সংখ্যক ভাগে ভাগ করিলেও মূল এককের ভাগগুলির প্রত্যেক এবং তাহা হইলেই তাহাদের সমষ্টি ঠিক তত গুণে বর্দ্ধিত হইবে।

যথা, $\frac{৫}{৬}\times ৩=\frac{৫}{৬\div ৩}=\frac{৫}{২}$।

(৫) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার ও তাহার লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার একই ফল।

কারণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগের অর্থ ভগ্নাংশে গৃহীত মূল এককের অংশগুলিকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা।

যথা, $\frac{৬}{৭}\div ৩=\frac{৬\div ৩}{৭}=\frac{২}{৭}$।

(৬) কোন ভগ্নাংশের লব ও হর উভয়কেই যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ অথবা ভাগ করিলে ভগ্নাংশের পরিমাণের কোন পরিবর্ত্তন হয় না।

কারণ, লব ও হর উভয়কে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করা অথবা ভাগ করার অর্থ, ভগ্নাংশকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ ও ভাগ অথবা ভাগ ও গুণ করা, এবং তাহাতে ভগ্নাংশের পরিমাণের পরিবর্ত্তন হয় না।

যথা　$\frac{৪}{৬} = \frac{৪ \times ২}{৬ \times ২} = \frac{৮}{১২} = \frac{৪ \div ২}{৬ \div ২} = \frac{২}{৩}$।

উপরের কথাটি আর এক প্রকারে স্পষ্টরূপে বুঝান যায়।

ক　　　　　　　　　　　　　গ　　　　　　খ

মনে কর ক খ সরল রেখাটি একফুট লম্বা এবং তাহাই মূল এক।

তাহাকে ৬ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ ২ ইঞ্চ আর সেইরূপ ৪ ভাগ লইলে ৮ ইঞ্চ হইবে। এবং সেই ৪ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলে $\frac{৪}{৬}$ ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

আবার ক খ রেখাকে ৬ × ২ অর্থাৎ ১২ ভাগে ভাগ করিলে, প্রত্যেক ভাগ ১ ইঞ্চ হইবে। আর সেইরূপ ৪ × ২ অর্থাৎ ৮ ভাগ লইলে ৮ ইঞ্চ হয়, এবং সেই ৮ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলে $\frac{৮}{১২}$ ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

এবং ক খ রেখাকে ৬ ÷ ২ অথবা ৩ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ ৪ ইঞ্চ হইবে, আর সেইরূপ ৪ ÷ ২ অথবা ২ ভাগ লইলে ৮ ইঞ্চ হইবে, এবং সেই ২ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলেও $\frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

অতএব $\frac{৪}{৬} = \frac{৪ \times ২}{৬ \times ২} = \frac{৮}{১২}$,

$= \frac{৪ \div ২}{৬ \div ২} = \frac{২}{৩}$।

৭২। ভগ্নাংশ রূপান্তর করণের নিয়ম।

(১) কোন ভগ্নাংশকে তাহার হরের কোন গুণিতক হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিবর্তিত করিতে হইলে, প্রথমোক্ত হরকে যে সংখ্যা দ্বারা গুণ করিলে সেই গুণিতক পাওয়া যায় সেই সংখ্যা দ্বারা সেই ভগ্নাংশের হর ও লব উভয়কে গুণ করিতে হইবে।

যথা, $\frac{৫}{৬}$কে ২৪ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করিতে হইলে,

যখন দেখা যাইতেছে, ২৪ = ৬ × ৪,

তখন $\frac{৫}{৬} = \frac{৫ \times ৪}{৬ \times ৪}$ [৭১ (৬)],

$= \frac{২০}{২৪}$, ইহাই আবশ্যকীয় প্রবিবর্তিত আকার।

(২) কোন ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে আনিতে হইলে, লব ও হর উভয়কে তাহাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করিতে হইবে।

যথা, $\frac{১৮}{২৪}$কে লঘিষ্ঠ আকারে আনিতে হইলে,

যখন দেখা যাইতেছে ১৮ ও ২৪ এর গ, সা, গু, ৬,

তখন $\frac{১৮}{২৪}=\frac{১৮\div৬}{২৪\div৬}=\frac{৩}{৪}$, ইহাই উক্ত ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার।

এই নিয়মটি অন্য প্রকারে বলা যাইতে পারে, যথা—

কোন ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে আনিতে হইলে তাহার লবে ও হরে যত গুলি সাধারণ উৎপাদক আছে তাহাদিগকে বাদ বা কাটিয়া দাও।

যথা, $\frac{১৮}{২৪}=\frac{২\times৩\times৩}{২\times২\times২\times৩}=\frac{৩}{৪}$, ইহাই উক্ত ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার।

(৩) কোন অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র রাশিতে আনিতে হইলে, লবকে হর দিয়া ভাগ করিয়া যে ভাগ ফল হয় তাহা মিশ্র রাশির অখণ্ড সংখ্যা, এবং ভাগশেষের নিম্নে হর লিখিলে তাহা মিশ্র রাশির প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগ, হইবে।

যথা, $\frac{১৩}{৪}=\frac{১২+১}{৪}=\frac{১২}{৪}+\frac{১}{৪}$

$=৩\frac{১}{৪}$।

(৪) কোন মিশ্র রাশিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে আনিতে হইলে, তাহার অখণ্ড সংখ্যাটিকে ভগ্নাংশ ভাগের হর দিয়া গুণ করিয়া সেই গুণফল ভগ্নাংশ ভাগের লবের সহিত যোগ করিলে সেই যোগ ফল অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লব হইবে, এবং ভগ্নাংশ ভাগের হর তাহার হর হইবে।

যথা, $৩\frac{১}{৪}=\frac{৩\times৪}{৪}+\frac{১}{৪}=\frac{১২+১}{৪}$,

$=\frac{১৩}{৪}$।

কারণ, $৩\frac{১}{৪}=৩+\frac{১}{৪}$,

এবং $৩=\frac{৩\times৪}{৪}=\frac{১২}{৪}$,

সুতরাং $৩\frac{১}{৪}=\frac{১২}{৪}+\frac{১}{৪}$।

এবং মূল এককে ৪ ভাগ করিয়া সেইরূপ ১২ ভাগ লইয়া তাহাতে আবার একককে ৪ ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগ যোগ দিলে, যোগ ফল এককের চতুর্থাংশের

১২ + ১ = ১৩ অংশ হইবে।

অতএব $৩\frac{১}{৪}=\frac{১২}{৪}+\frac{১}{৪}=\frac{১২+১}{৪}=\frac{১৩}{৪}$।

(৫) কোন ভগ্নাংশের ভগ্নাংশকে সরল ভগ্নাংশের আকারে আনিতে হইলে, ঐ ভগ্নাংশ দ্বয়ের লবের গুণফল নূতন লব ও তাহাদের হরের গুণফল নূতন হর হইবে।

ইহার হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে বুঝা যাইবে।

যথা, $\frac{২}{৩}$ এর $\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ২}{৫ \times ৩} = \frac{৮}{১৫}$।

কারণ, $\frac{৪}{৫}$ এর $\frac{২}{৩}$ ইহার অর্থ এই যে,

১ কে মূল একক স্বরূপ মনে করিয়া তাহার

$\frac{৪}{৫}$ ভাগ লওয়া যাইবে, অর্থাৎ

$\frac{৪}{৫}$ কে ৩ ভাগে ভাগ করিয়া সেইরূপ ২ ভাগ লওয়া হইলে।

$\frac{৪}{৫}$ কে ৩ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ $= \frac{৪}{৫ \times ৩}$,

এবং সেইরূপ ২ ভাগ লইলে তাহা $= \frac{৪ \times ২}{৫ \times ৩}$। [৭১ (৩) ও (২) দ্রষ্টব্য।]

(৬) কোন জটিল ভগ্নাংশকে সরল ভগ্নাংশে আনিতে হইলে, প্রথমে উপরের ও নিম্নের উভয় রাশিকে তাহারা মিশ্র রাশি হইলে অপ্রকৃতভগ্নাংশে আনিতে হইবে, তাহার পর উপরের ভগ্নাংশের অর্থাৎ লব স্বরূপ ভগ্নাংশের লব ও নিম্নের ভগ্নাংশের অর্থাৎ হর স্বরূপ ভগ্নাংশের হর এই দুই সংখ্যার গুণফল নূতন লব হইবে, এবং প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের হর ও দ্বিতীয়োক্ত ভগ্নাংশের লব এই দুই সংখ্যার গুণফল নূতন হর হইবে। ইহার হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে বুঝা যাইবে।

যথা, $\frac{২\frac{১}{৩}}{৩\frac{২}{৪}} = \frac{\frac{৭}{৩}}{\frac{১৪}{৪}} = \frac{৭ \times ৪}{৩ \times ১৪} = \frac{২৮}{৪২} = \frac{২}{৩}$ (লঘিষ্ঠ আকারে)।

কারণ, $\frac{২\frac{১}{৩}}{৩\frac{২}{৪}}$ ইহার অর্থ $২\frac{১}{৩}$কে $৩\frac{২}{৪}$ দিয়া ভাগ করা,

অর্থাৎ $\frac{৭}{৩}$কে $\frac{১৪}{৪}$ দিয়া ভাগ করা,

অর্থাৎ $\frac{৭ \times ৪}{৩ \times ৪}$কে $\frac{১৪ \times ৩}{৪ \times ৩}$ দিয়া ভাগ করা,

অর্থাৎ $\frac{৭ \times ৪}{১২}$কে $\frac{১৪ \times ৩}{১২}$ দিয়া ভাগ করা,

অর্থাৎ (৭ × ৪) সংখ্যক একের ১২ ভাগের ভাগকে,

(১৪ × ৩) ভাগ দিয়া ভাগ করা।

অর্থাৎ (৭ × ৪) কে (১৪ × ৩) দিয়া ভাগ করা, কারণ ভাজ্য ও ভাজক উভয়ই একের কতকগুলি ১২ ভাগের ভাগ।

অতএব $\frac{২\frac{১}{৩}}{৩\frac{২}{৪}} = \frac{\frac{৭}{৩}}{\frac{১৪}{৪}} = \frac{৭ \times ৪}{১৪ \times ৩} = \frac{২}{৩}$।

৭৩। দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিবর্ত্তিত করিতে হইলে, তাহাদিগকে প্রথমে লঘিষ্ঠ আকারে আনিয়া, তাহাদের হরের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক নির্ণয় করিতে হইবে, এবং তাহাই নূতন হর হইবে। আর সেই নূতন হরকে প্রত্যেক ভগ্নাংশের হর দিয়া ভাগ করিয়া ভাগফল দ্বারা সেই ভগ্নাংশের লবের গুণ করিয়া যে গুণফল হয় তাহাই সেই ভগ্নাংশের নূতন লব হইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

যথা $\frac{১}{২}, \frac{৭}{৬}, \frac{৫}{৬}, \frac{৩}{১৫}$ এই চারিটি ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে আনিতে হইলে,

$\frac{১}{২}, \frac{৪}{৬}, \frac{৫}{৬}, \frac{৩}{১৫}$ ইহাদের স্থলে প্রথমে তাহাদের লঘিষ্ঠ আকার,

$\frac{১}{২}, \frac{২}{৩}, \frac{৫}{৬}, \frac{১}{৫}$ লিখিতে হইবে।

তাহার পর দেখা যাইতেছে, ২, ৩, ৬, ৫ ইহাদের ল. সা. গু. = ৩০,

এবং ৩০ − ২ = ১৫, ৩০ − ৩ = ১০, ৩০ − ৬ = ৫, ৩০ − ৫ = ৬।

অতএব $\frac{১}{২} = \frac{১ \times ১৫}{২ \times ১৫} = \frac{১৫}{৩০}$,

$\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩} = \frac{২ \times ১০}{৩ \times ১০} = \frac{২০}{৩০}$,

$\frac{৫}{৬} = \frac{৫ \times ৫}{৬ \times ৫} = \frac{২৫}{৩০}$,

$\frac{৩}{১৫} = \frac{১}{৫} = \frac{১ \times ৬}{৫ \times ৬} = \frac{৬}{৩০}$।

৭৪। উপরি উক্ত রূপান্তর দ্বারা ভগ্নাংশের পরিমাণের তুলনা করা যায়। যথা,

যখন $\frac{১}{২} = \frac{১৫}{৩০}$ অর্থাৎ ৩০ ভাগের ১৫ ভাগ,

$\frac{৪}{৬} = \frac{২০}{৩০}$ ২০,

$\frac{৫}{৬} = \frac{২৫}{৩০}$ ২৫,

এবং $\frac{৩}{১৫} = \frac{৬}{৩০}$ ৬,

তখন দেখা যাইতেছে $\frac{৫}{৬}$ সর্ব্বাপেক্ষা বড়, ও $\frac{৩}{১৫}$ সর্ব্বাপেক্ষা ছোট।

৭। উদাহরণ মালা।

১। নিম্নলিখিত অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে মিশ্র বা অখণ্ড বাশিতে পবিবর্ত্তিত কব—

(১) $\frac{৩}{২}$। (২) $\frac{৫}{৩}$। (৩) $\frac{১৭}{৮}$। (৪) $\frac{১২৩}{৮৭}$। (৫) $\frac{২০০৫০}{৯৯৯}$।

২। নিম্নেব মিশ্রবাশিগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে পবিবর্ত্তিত কব—

(১) $১\frac{২}{৩}$। (২) $৩\frac{২}{৫}$। (৩) ১১.[illegible]। (৪) $১৬\frac{৩}{১৫}$। (৫) $১০০০\frac{১}{১০০}$।

৩। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশেব ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদেব সবল লঘিষ্ঠ আকাবে আন—

(১) $\frac{২}{৩}$ এব $\frac{৩}{৪}$। (২) $\frac{২}{৫}$ এব [illegible]। (৩) [illegible] এব $\frac{৪}{৫}$ এব $\frac{৫}{৬}$।

(৪) $\frac{৩}{৪}$ এব $\frac{২}{৯}$ এব $\frac{৮}{১৫}$। (৫) $\frac{৭}{৮}$ এব [illegible] এব $\frac{২}{৫}$।

৪। নিম্নেব জটিল ভগ্নাংশগুলিকে সবল আকাবে আন—

(১) $\frac{২\frac{১}{৩}}{৩\frac{৩}{৪}}$। (২) $\frac{১\frac{১}{৩}}{২\frac{১}{৪}}$। (৩) $\frac{৩৩\frac{১}{৩}}{১৬\frac{২}{৩}}$। (৪) $\frac{৮\frac{১}{৩}}{\frac{১}{২}\text{এব }\frac{১}{৩}}$। (৫) $\frac{\frac{১}{২}\text{এব}\frac{১}{৩}}{\frac{১}{৬}}$।

৫। নিম্নেব ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদেব লঘিষ্ঠ আকাবে আন—

(১) $\frac{২৭}{১৫৬}$। (২) $\frac{২৫}{৫২}$। (৩) [illegible]। (৪) [illegible]। (৫) [illegible]।

৬। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে তুল্যমান লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব বিশিষ্ট আকাবে পবিবর্ত্তিত কব—

(১) $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৭}$। (২) $\frac{১}{৬}, \frac{১}{৭}, \frac{১}{৮}$, [illegible]।

(৩) $\frac{৮}{১৩}, \frac{১০}{১৫}, \frac{১২}{১৪}, \frac{১৪}{১৬}$। (৪) [illegible]।

(৫) $\frac{১}{১১}, \frac{৩}{৩৩}, \frac{৪}{৪৪}, \frac{১}{১১}$।

৭। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদেব পবিমাণ অনুসাবে লিখ—

(১) $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৮}$। (২) [illegible]।

(৩) [illegible], $\frac{৪}{৮}, \frac{২}{৭}, \frac{১}{৯}, \frac{২}{৫}$। (৪) [illegible]।

(৫) $\frac{১১}{২৪}, \frac{১৫}{৫১}, \frac{১৮}{৮১}, \frac{২৭}{৭২}$।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশের যোগ।

৭৫। **নিয়ম।** যোজ্য ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সরল ভগ্নাংশের আকারে আন, তাহার পর অপ্রকৃত ভগ্নাংশ থাকিলে তাহাদিগকে মিশ্র রাশিতে আন, তদনন্তর অখণ্ড সংখ্যাগুলিকে পৃথক্ যোগ কর, এবং প্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে আনিয়া তাহাদের লবগুলি যোগ কর। এই লবের যোগফল সমষ্টির লব, ও লঘিষ্ঠ সাধারণ হর সমষ্টির হর হইবে। এই শেষোক্ত লব ও হর লইয়া যে ভগ্নাংশ হইল তাহা অপ্রকৃত হইলে মিশ্র রাশিতে আনিয়া তাহার অখণ্ড অংশ পূর্ব্বোক্ত অখণ্ড সংখ্যার সমষ্টিতে যোগ কর, এবং তাহার ভগ্নাংশ ভাগ লঘিষ্ঠ আকারে আনয়ন কর। শেষোক্ত অখণ্ড সংখ্যার যোগফল ও ভগ্নাংশ ভাগ একত্র করিলে তাহাই যোজ্য ভগ্নাংশ সমূহের যোগফল হইবে।

হেতু। দুই বা তাহার অধিক ভগ্নাংশ যোগের অর্থ এই যে তাহাদের অখণ্ড সংখ্যার ভাগগুলিকে যোগ করা, এবং প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগগুলিকে যোগ করা, এবং এই দুই যোগফলের সমষ্টি লওয়া। আর প্রকৃত ভগ্নাংশ গুলিকে যোগ করার অর্থ এই যে তাহাতে একের যতগুলি খণ্ডাংশ আছে তাহা সমস্ত যোগ করা। কিন্তু ভিন্ন ভিন্ন প্রকারের খণ্ডাংশ যোগ করা যায় না,—যথা এককে ৩ ভাগ করিয়া তাহার ১ ভাগকে এককে ৫ ভাগ করিয়া তাহার ২ ভাগের সহিত যোগ করা যায় না,—

এইজন্য যোজ্য ভগ্নাংশগুলিকে (অর্থাৎ উপরে উক্ত $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{২}{৫}$ কে) তুল্যমান লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে (অর্থাৎ $\frac{৫}{১৫}$ ও $\frac{৬}{১৫}$ আকারে) আনিতে হয়। তাহার পর একের ঐ সাধারণ হর সংখ্যক ভাগের লব সংখ্যক ভাগগুলি (অর্থাৎ এস্থলে ১৫ ভাগের ৫ ভাগ ও ৬ ভাগ) একত্র করিয়া, সমষ্টির লব পাওয়া যাইবে, ও ঐ সাধারণ হর সমষ্টির হর হইবে। এবং ঐ লব ও হর লইয়া যে ভগ্নাংশ হইবে তাহা প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগের যোগফল হইবে (অর্থাৎ এস্থলে $\frac{৫+৬}{১৫}=\frac{১১}{১৫}$ যোগফল হইবে)।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে আরও স্পষ্টরূপে বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। $\frac{১}{২}$, $২\frac{৪}{৬}$, $\frac{১৫}{৪}$, $৩\frac{৮}{১৮}$, $\frac{১\frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৭}}$ যোগ কর।

$$\frac{১}{২}+২\frac{৪}{৬}+\frac{১৫}{৪}+৩\frac{৮}{১৮}+\frac{১\frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৭}}$$

$$=\frac{১}{২}+২\frac{২}{৩}+৩\frac{৩}{৪}+৩\frac{৪}{৯}+২\frac{১}{৩}$$

$$=(২+৩+৩+২)+\frac{১}{২}+\frac{২}{৩}+\frac{৩}{৪}+\frac{৪}{৯}+$$

$$=১০+\frac{১৮}{৩৬}+\frac{২৪}{৩৬}+\frac{২৭}{৩৬}+\frac{১৬}{৩৬}+\frac{১২}{৩৬}$$

$$=১০\frac{৯৭}{৩৬}=১০+২+\frac{২৫}{৩৬}$$

$$=১২\frac{২৫}{৩৬}।$$

যোজ্য ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সরল আকারে, ও তন্মধ্যে অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে মিশ্র রাশিতে, আনিয়া দেখা গেল অখণ্ড সংখ্যাগুলির সমষ্টি $=২+৩+৩+২$ অর্থাৎ ১০, এবং প্রকৃত ভগ্নাংশগুলির সমষ্টি $=\frac{১}{২}+\frac{২}{৩}+\frac{৩}{৪}+\frac{৪}{৯}+\frac{১}{৩}$, অর্থাৎ,

$\frac{১৮}{৩৬}+\frac{২৪}{৩৬}+\frac{২৭}{৩৬}+\frac{১৬}{৩৬}+\frac{১২}{৩৬}$,

অর্থাৎ এককে ৩৬ ভাগ করিয়া তাহার,

$১৮+২৪+২৭+১৬+১২$ ভাগ $=৯৭$ ভাগ, এবং তাহা

$=\frac{৯৭}{৩৬}=২\frac{২৫}{৩৬}$।

অতএব সম্পূর্ণ যোগফল $=১০+২\frac{২৫}{৩৬}=১২\frac{২৫}{৩৬}$।

৮। উদাহরণ মালা।

নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলির যোগফল নির্ণয় কর।

১। $\frac{১}{২}$, $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{৬}$, $\frac{৭}{৮}$।

২। $\frac{১১}{১২}$, $\frac{১৩}{১৫}$, $\frac{১২}{১৮}$, $\frac{৭}{২৪}$।

৩। $\frac{১}{৩}$এর $\frac{৩}{৫}$, $\frac{২}{৭}$এর $\frac{৩৫}{৩৬}$, $\frac{৭}{১৩}$, $৩৮\frac{২০}{১৩০}$।

৪। $\frac{১}{১৪}$, $\frac{২}{২৫}$, $\frac{৩}{১৮}$, $\frac{৭}{২১}$।

৫। $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৪}$, $\frac{১}{৫}$, $\frac{১}{৬}$, $\frac{১}{৭}$।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশের বিয়োগ।

৭৬। **নিয়ম**। বিয়োজন ও বিয়োজ্য ভগ্নাংশকে সরল লঘিষ্ঠ আকারে এবং অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্ররাশিতে আন। তদনন্তর, বিয়োজনের অখণ্ড রাশি হইতে বিয়োজ্যের অখণ্ড রাশি বাদ দিয়া যাহা বাকি থাকে তাহা লিখ, এবং বিয়োজন বিয়োজ্যের প্রকৃত ভগ্নাংশদ্বয়কে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে আনিয়া, বিয়োজন ভগ্নাংশের লব হইতে বিয়োজ্যের লব বাদ দেও। এই লবের বিয়োগফল বাকির লব হইবে ও লঘিষ্ঠ সাধারণ হর তাহার হর হইবে। এই শেষোক্ত লব ও হর লইয়া যে ভগ্নাংশ হইবে তাহা অখণ্ড রাশির বিয়োগফলের সহিত একত্র করিলে সম্পূর্ণ বিয়োগফল পাওয়া যাইবে। যদি বিয়োজনের পূর্ব্বোক্ত প্রকৃতভগ্নাংশ বিয়োজ্যের প্রকৃতভগ্নাংশ হইতে ছোট হয়, তবে অখণ্ড রাশির বাকি হইতে এক লইয়া তাহাতে যোগ করিয়া তাহাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া তাহা হইতে বিয়োজ্যের ভগ্নাংশ বাদ দিবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। $৫\frac{১}{৬}$ হইতে $৩\frac{৩}{৪}$ বাদ দাও।

$$৫\frac{১}{৬}-৩\frac{৩}{৪}=(৫-৩)+\frac{১}{৬}-\frac{৩}{৪}$$
$$=২+\frac{২}{১২}-\frac{৯}{১২}=১+১\frac{২}{১২}-\frac{৯}{১২}$$
$$=১+\frac{১৪}{১২}-\frac{৯}{১২}=১\frac{৫}{১২}।$$

প্রথমতঃ $৫\frac{১}{৬}$ হইতে $৩\frac{৩}{৪}$ বাদ দিতে গিয়া ৫ হইতে ৩ বাদ দিয়া ২ রহিল। তাহার পর $\frac{১}{৬}$ অর্থাৎ $\frac{১}{৬}$ হইতে $\frac{৩}{৪}$ অর্থাৎ $\frac{৩}{৪}$ বাদ দিবার নিমিত্ত তাহাদের তুল্যমান লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে অর্থাৎ $\frac{২}{১২}$ ও $\frac{৯}{১২}$ আকারে আনিয়া দেখা গেল—

$\frac{২}{১২}$ অপেক্ষা $\frac{৯}{১২}$ ছোট, সুতরাং অখণ্ড ভাগের বাকি ২ হইতে ১ লইয়া $\frac{২}{১২}$তে যোগ করিতে হইল। সেই যোগফল $\frac{১৪}{১২}$ হওয়ায় তাহা হইতে $\frac{৯}{১২}$ বাদ দিয়া, অর্থাৎ একের ১২ ভাগের ১৪ ভাগ হইতে একের ১২ ভাগের ৯ ভাগ বাদ দিয়া, একের ১২ ভাগের ৫ ভাগ অর্থাৎ $\frac{৫}{১২}$ রহিল। এবং অখণ্ড রাশির

বিয়োগেবফল ২ হইতে ১ লইয়া যে ১ বাকি ছিল তাহাব সহিত $\frac{৫}{১২}$ একত্র কবিয়া, সম্পূর্ণ বিয়োগফল ১$\frac{৫}{১২}$ হইল।

৯। উদাহবণমালা।

নিম্নলিখিত ভগ্নাংশেব বিযোগফল নির্ণব কব।

১। $\frac{৪}{৫}-\frac{৩}{৪}$।

২। ১৭$\frac{৭}{৩৬}$ − ($\frac{১}{৩}$ এব $\frac{১}{১২}$)।

৩। ১১$\frac{২১}{১১২}$ − ৩$\frac{৬৩}{৬৭}$।

৪। ১ − $\frac{১}{৮}$।

৫। ১৭$\frac{৩}{১৭}$ − ১২$\frac{৫}{১২}$।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশের গুণন।

৭৭। ভগ্নাংশের গুণনের নিয়ম নির্দ্ধারণের পূর্ব্বে ভগ্নাংশের গুণনের অর্থ নিরূপণ করা আবশ্যক। কারণ, কোন রাশিকে অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করার যে অর্থ, তাহাকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার ঠিক সে অর্থ হইতে পারে না। ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে ৩ দিয়া গুণ করার অর্থ এই যে ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে ৩ বার লওয়া যাইবে। কিন্তু ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে $\frac{২}{৩}$ দিয়া গুণ করিতে গেলে একথা বলা যায় না যে ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে $\frac{২}{৩}$ বার লওয়া যাইবে, যে হেতু $\frac{২}{৩}$ বার লওয়ায় সহজে অর্থ হয় না।

কিন্তু ৫ বা $\frac{৩}{৪}$ এর ৩ গুণ লওয়াকে যেমন ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে ৩ দিয়া গুণ করা বলা যায়, সেইরূপ ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে ৩ ভাগে ভাগ করিয়া তাহার ২ ভাগ লওয়াকে, ভাষার একটু ব্যতিক্রম পূর্ব্বক, ৫ বা $\frac{৩}{৪}$কে $\frac{২}{৩}$ দিয়া গুণ করা বলা যাইতে পারে। এবং ভগ্নাংশ দ্বারা কোন রাশির গুণন এই অর্থেই বুঝা যাইবে।

দেখা যাইতেছে এই অর্থে ভগ্নাংশ দ্বারা ভগ্নাংশের গুণন ও ভগ্নাংশের ভগ্নাংশকে সবল ভগ্নাংশের আকারে আনয়ন একই ক্রিয়া [৭২ (৫) দ্রষ্টব্য]।

ভগ্নাংশ দ্বারা গুণনের উপরের লিখিত অর্থ হইতে ভগ্নাংশের গুণনের নিয়ম সহজেই পাওয়া যাইতেছে, এবং তাহা পরবর্ত্তী ধারায় লিখিত হইল।

৭৮। **নিয়ম।** গুণ্য ও গুণক উভয়কেই সবল ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া গুণ্যকে গুণকের হর দিয়া ভাগ করিয়া সেই ভাগফল গুণকের লব দ্বারা গুণ করিলে, অর্থাৎ গুণ্যের হরকে গুণকের হর দিয়া গুণ করিলে ও গুণ্যের লবকে গুণকের লব দ্বারা গুণ করিলে, যে হর ও লব পাওয়া যায়, সেই হর ও লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশই গুণ্য ও গুণক ভগ্নাংশের গুণফল হইবে। এবং তাহাকে লঘিষ্ঠ আকারে ও মিশ্র রাশিতে আনিবে।

এই নিয়মের হেতু ৭১ ধারার (৩) ও (২) ও ৭২ ধারার (৫) দফায় প্রকাশ আছে, এবং নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে তাহা আরও স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ৪$\frac{২}{৭}$কে ৮$\frac{৩}{৪}$ দিয়া গুণ কর।

৪$\frac{২}{৭}$ × ৮$\frac{৩}{৪}$ = $\frac{৩০}{৭}$ × $\frac{৩৫}{৪}$ = $\frac{১০৫০}{২৮}$ = ৩৭$\frac{১৪}{২৮}$ = ৩৭$\frac{১}{২}$।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশের ভাগ।

৭৯। ভগ্নাংশের ভাগের নিয়ম নির্দ্ধারণের পূর্ব্বে ভগ্নাংশের ভাগের অর্থ নিরূপণ আবশ্যক। সেই অর্থ ৭২ ধারার (৬) দফায় নিরূপিত হইয়াছে, এবং সে অর্থ এই—ভাজ্য ও ভাজক উভয় ভগ্নাংশকে এক সাধারণ হর বিশিষ্ট আকারে আনিয়া সেই আকারের ভাজ্যের লবকে ভাজকের লব দ্বারা ভাগ করা। কারণ, ভাজ্য ও ভাজক সেই আকারে আনীত হইলে ভাজ্যের অর্থ এই হয় যে, এককে সেই সাধারণ হর সংখ্যকভাগে ভাগ করিয়া তাহার লব সংখ্যক ভাগ, ও ভাজকের অর্থ এই হয় যে, এককে সেই একই সাধারণ হর সংখ্যকভাগে ভাগ করিয়া তাহার লব সংখ্যকভাগ। সুতরাং ভাজ্য ও ভাজকের ভাগ ফল ভাজ্যের লবকে ভাজকের লবের দ্বারা ভাগের ফলের তুল্য। সহজেই দেখা যাইতেছে ভাজ্য ও ভাজকের হরদ্বয়ের গুণফল উভয়েরই একটি সাধারণ হর হইতে পারে। সুতরাং ভাজ্যের নূতন লব ভাজ্যের মূল লব ও ভাজকের হরের গুণফল, এবং ভাজকের নূতন লব ভাজকের মূল লব ও ভাজ্যের হরের গুণ ফল। অতএব ভগ্নাংশের ভাগ ফল $= \frac{\text{ভাজ্যের লব} \times \text{ভাজকের হর}}{\text{ভাজকের লব} \times \text{ভাজ্যের হর}}$। এই কথা সংক্ষেপে দেখিতে গেলে মনে কর—

ক ও খ ভাজ্যের লব ও হর, গ ও ঘ ভাজকের লব ও হর।

$$\therefore \text{ভাজ্য} = \frac{\text{ক}}{\text{খ}} = \frac{\text{ক} \times \text{ঘ}}{\text{খ} \times \text{ঘ}}, \quad [\text{৭১ (৬)}]$$

$$\text{ভাজক} = \frac{\text{গ}}{\text{ঘ}} = \frac{\text{গ} \times \text{খ}}{\text{ঘ} \times \text{খ}}। \quad (\text{ঐ})$$

$$\therefore \text{ভাগফল} = \frac{\text{ক}}{\text{খ}} \div \frac{\text{গ}}{\text{ঘ}} = \frac{\text{ক} \times \text{ঘ}}{\text{গ} \times \text{ঘ}} \div \frac{\text{গ} \times \text{খ}}{\text{ঘ} + \text{খ}}$$

$$= (\text{ক} \times \text{ঘ}) \text{ সংখ্যক একের } (\text{খ} \times \text{ঘ}) \text{ ভাগের ভাগ}$$

$$\div (\text{গ} \times \text{ঘ})$$

$$= (\text{ক} \times \text{ঘ}) \div \text{গ} \times \text{খ})$$

$$= \frac{\text{ক} \times \text{ঘ}}{\text{গ} \times \text{খ}}।$$

৮০। ভগ্নাংশের ভাগের অর্থ কি তাহা আর এক ভাবে দেখা যাইতে পারে।

ভাগ ফলের সামান্যতঃ অর্থ এই যে, তাহা এরূপ একটি রাশি যদ্দারা ভাজককে গুণ করিলে ভাজ্য পাওয়া যায়।

ভগাংশ ভাগের স্থলেও ভাগ ফল এই অর্থে লইলে, তাহা এরূপ একটি রাশি যদ্দারা পূর্ব্বোক্ত ভগ্নাংশ গুণনের নিয়মে ভাজককে গুণ করিলে ভাজ্যকে পাওয়া যায়।

পর্ব্ব ধারায় দৃষ্টান্ত লইয়া দেখা যাউক তাহা কি।

মনে কর—

$$\frac{ক}{খ} - \frac{গ}{ঘ} = স।$$

তাহা হইলে $স \times \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক}{খ}$।

$$স \times গ \quad \frac{ক \times ঘ}{খ}।$$

$$স \quad = \frac{ক \times ঘ}{খ \times গ}।$$

উপরে যাহা বলা হইয়াছে তাহা হইতে ভগ্নাংশ ভাগের নিয়ম স্পষ্ট দেখা যাইতেছে।

সে নিয়ম এই—

নিয়ম। ভাজ্য ও ভাজককে সরল ভগ্নাংশে আন। তার পর ভাজ্যের লব ও ভাজকের হর গুণ করিলে ভাগ ফলের লব হইবে, এবং ভাজ্যের হর ও ভাজকের লব গুণ করিলে ভাগ ফলের হর হইবে। এবং সেই লবে ও হরে যে যে সাধারণ উৎপাদক থাকে তাহা কাটিয়া দিলে ভাগ ফলের লঘিষ্ঠ আকার পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ। $২\frac{৩}{৪}$ কে $৬\frac{৭}{৮}$ দিয়া ভাগ কর।

$$২\frac{৩}{৪} - ৬\frac{৭}{৮} = \frac{১১}{৪} - \frac{৫৫}{৮} = \frac{১১}{৪} \times \frac{৮}{৫৫} = \frac{২}{৫}$$

২। একটি খুঁটির $\frac{১}{৬}$ ভাগ মাটির মধ্যে, $\frac{২}{৫}$ ভাগ জলের মধ্যে ও ১২ হাত জলের উপরে আছে, খুঁটিটি কত লম্বা?

৩। $\frac{২}{১২} \div \frac{৩}{১৩} + \frac{৩}{৭} \div \frac{৪}{১৪}$ এই রাশিতে কত যোগ করিলে $\frac{১}{২} \div \frac{১}{৩} + \frac{২}{৪} \div \frac{২}{৩}$ হইবে?

৪। $\frac{১}{৭}$, $\frac{১}{২}$, $\frac{২}{৯}$ ইহাদের যোগফলকে $\frac{২}{৯}$ ও $\frac{২}{২৯}$ এর বিয়োগফল দ্বারা গুণ কর।

৫। $\frac{৩}{৪}$ এর কত ভাগের ভাগ $\frac{২}{৬}$, এবং $\frac{১৩}{১৬}$ এর কত ভাগের ভাগ $\frac{২}{৫}$?

৬। কোন একটি কার্য্য ক ৩ দিনে খ ৪ দিনে ও গ ৬ দিনে সমাপ্ত করিতে পারে।

তিন জনে একত্র এই কার্য্যে যোগ দিলে কত দিনে তাহা সমাপ্ত হইবে?

দ্বিতীয় ভাগ।

দশমিক ভগ্নাংশ।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন।

৮২। পূর্ব্বে (৬৭ ধারায়) বলা হইয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশ একের দশ বা শত বা সহস্র ইত্যাদি অংশের অংশ সমষ্টি। সুতরাং,

তিন দশমাংশ, চব্বিশ শততমাংশ, একশত পঁচিশ সহস্রতমাংশ, পঁচিশ সহস্রতমাংশ, ইহারা সামান্য ভগ্নাংশ লিখনের নিয়মে (৬৯ ধারায় দ্রষ্টব্য) এইরূপে লিখিত হইবে যথা—

$\frac{৩}{১০}$, $\frac{২৪}{১০০}$, $\frac{১২৫}{১০০০}$, $\frac{২৫}{১০০০}$।

এই আকারে লিখিত দশমিকের লব নিম্নলিখিতরূপে বিশ্লিষ্ট হইতে পারে—

$\frac{৩}{১০}=\frac{৩}{১০}$,

$\frac{২৪}{১০০}=\frac{২০}{১০০}+\frac{৪}{১০০}=\frac{২}{১০}+\frac{৪}{১০০}$,

$\frac{১২৫}{১০০০}=\frac{১০০}{১০০০}+\frac{২০}{১০০০}+\frac{৫}{১০০০}=\frac{১}{১০}+\frac{২}{১০০}+\frac{৫}{১০০০}$,

$\frac{২৫}{১০০০}=\frac{২০}{১০০০}+\frac{৫}{১০০০}=\frac{০}{১০}+\frac{২}{১০০}+\frac{৫}{১০০০}$।

এবং এই আকারে লিখিত হইলে, দশমিক ভগ্নাংশ এই প্রকারে পঠিত হইতে পারে, যথা—

তিন দশমাংশ,

দুই দশমাংশ ও চার শততমাংশ,

এক দশমাংশ দুই শততমাংশ ও পাঁচ সহস্রতমাংশ,

শূন্য দশমাংশ দুই শততমাংশ ও পাঁচ সহস্রতমাংশ।

৮৩। শেষোক্ত লিখন ও পঠন প্রণালী হইতে দেখা যাইতেছে যে, যেমন অখণ্ড রাশির সাধারণ লিখন ও পঠন প্রণালীতে এককের ঘর হইতে বামে এক এক ঘর সরিয়া যাইতে প্রত্যেক অঙ্কের মূল্য দশগুণ করিয়া বৃদ্ধি হয়, তেমনই দশমিক ভগ্নাংশে এককের ঘর হইতে দক্ষিণে এক এক ঘর সরিয়া

যাইতে প্রত্যেক অঙ্কের মূল্য দশগুণ-করিয়া হ্রাস হয়। সুতরাং, অখণ্ড রাশি যে প্রণালীতে লিখিত ও পঠিত হয়, দশমিক ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন প্রণালী, অখণ্ড রাশির এককের ঘরের দক্ষিণে, সেই প্রণালীর এক প্রকার প্রসার বলা যাইতে পারে। এবং দশমিক ভগ্নাংশ অঙ্ক দ্বারা লিখিতে হইলে, তাহার হর না লিখিয়া, এককের ঘরের দক্ষিণে দশমিক ভগ্নাংশের চিহ্ন স্বরূপ একটি বিন্দু অঙ্কিত করিয়া তাহার পর, যে ঘরের কোন অঙ্ক নাই সে ঘরে শূন্য দিয়া, দশমিকের লব লিখিলেই চলিতে পারে। যথা—

দুই শত পঁচিশ, ও তিন দশমাংশ পাঁচ শততমাংশ চার সহস্রতমাংশ, ইহা এইরূপে লিখিত হইতে পারে, যথা, ২২৫.৩৫৪।

তিন শত এগার, ও চার শততমাংশ পাঁচ সহস্রতমাংশ, ইহা এইরূপে লিখিত হইতে পারে, যথা, ৩১১.০৪৫।

এই শেষোক্ত স্থলে স্মরণ রাখিতে হইবে, কোন দশমাংশ না থাকায় দশমাংশের ঘরে শূন্য বসিল।

এবং এই লিখিত রাশি দুইটি এইরূপে পঠিত হইতে পারে, যথা—

দুই শত পঁচিশ, ও তিন দশমাংশ পাঁচশততমাংশ চার সহস্রতমাংশ,

তিন শত এগার, ও চার শততমাংশ পাচ সহস্রতমাংশ। অথবা সংক্ষেপে,

দুই শত পঁচিশ ও দশমিক বিন্দু তিন পাঁচ চার,

তিন শত এগার, ও দশমিক বিন্দু শূন্য চার পাঁচ।

৮৪। উপরে যাহা বলা হইল তাহা হইতে দশমিক ভগ্নাংশ লিখন পঠনের নিম্ন লিখিত নিয়ম নির্দ্ধারিত করা যাইতে পারে।

নিয়ম (১)। অখণ্ড সংখ্যার ভাগটি অঙ্ক দ্বারা লিখিয়া তাহার দক্ষিণে একটি বিন্দু চিহ্নিত করিয়া, ক্রমান্বয়ে দশমাংশ শততমাংশ সহস্রতমাংশ প্রভৃতির ঘরের অঙ্কগুলি লিখ। এবং যদি তাহার মধ্যে কোন ঘরের অঙ্ক না থাকে তবে সেই ঘরে শূন্য লিখ।

নিয়ম (২)। অখণ্ড সংখ্যার ভাগটি অখণ্ড সংখ্যা পাঠের নিয়মে পাঠ করিয়া, পরে দশমিক বিন্দু ও তাহার দক্ষিণের অঙ্কগুলির ক্রমান্বয়ে নামোল্লেখ কর।

নিয়ম (৩)। যদি দশমিক ভগ্নাংশ সামান্য ভগ্নাংশের আকারে দশ শত সহস্র বা দশকের অন্য কোন শক্তি সংখ্যক হর বিশিষ্ট হইয়া প্রকাশিত থাকে, তবে তাহার লবের ঘরের সংখ্যা আবশ্যক মত বামে শূন্য দিয়া হরের শূন্যের সংখ্যার সহিত সমান করিয়া সেই পরিবর্ত্তিত আকারের লবকে দশমিক বিন্দুর দক্ষিণে লিখিবে। যথা—

৩২ $\frac{১৩}{১০০}$ = ৩২·১৩, ৫৩ $\frac{২৭}{১০০০}$ = ৫৩·০২৭।

নিয়ম (৪)। উপরিউক্ত নিয়মে লিখিত দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনিতে হইলে, দশমিক বিন্দুর দক্ষিণের লিখিত ভাগটিকে লব, এবং তাহাতে যতগুলি ঘর আছে একের বামে ততগুলি শূন্য দিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে হর স্বরূপে লিখিবে, এবং লবের বামে শূন্য থাকিলে তাহা বাদ দিবে।

যথা ৬২·০৫৭ = ৬২ $\frac{৫৭}{১০০০}$।

৮৫। পূর্ব্বে (২১ ধারায়) বলা হইয়াছে অঙ্ক দ্বারা লিখিত কোন অখণ্ড সংখ্যার দক্ষিণে এক একটি শূন্য যোগের ফল সেই সংখ্যার মূল্যের দশগুণ বৃদ্ধি, এবং তাহার বামে শূন্য যোগে কোন ফল হয় না। কিন্তু অঙ্ক দ্বারা লিখিত দশমিক ভগ্নাংশের বামে ও দশমিক বিন্দুর দক্ষিণে শূন্য দিলে প্রত্যেক শূন্যের ফল দশমিক ভগ্নাংশের মূল্যের দশগুণ হ্রাস, এবং দশমিক ভগ্নাংশের দক্ষিণে শূন্য দিলে তাহার কোন ফল হয় না।

ইহার হেতু নিম্নলিখিত উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

$$·৫৩৮ = \frac{৫}{১০} + \frac{৩}{১০০} + \frac{৮}{১০০০} = \frac{৫৩৮}{১০০০}$$

$$·০৫৩৮ = \frac{০}{১০} + \frac{৫}{১০০} + \frac{৩}{১০০০} + \frac{৮}{১০০০০} = \frac{৫৩৮}{১০০০০}।$$

$$·৫৩৮০ = \frac{৫}{১০} + \frac{৩}{১০০} + \frac{৮}{১০০০} + \frac{০}{১০০০০} = \frac{৫৩৮০}{১০০০০}।$$

৮৬। কোন দশমিক ভগ্নাংশ বা দশমিক ভগ্নাংশ যুক্ত অখণ্ড রাশিকে ১০, ১০০, ১০০০ প্রভৃতি দ্বারা গুণ বা ভাগ করিতে হইলে, দশমিক বিন্দুকে (আবশ্যকমত শূন্য যোগ করিয়া) এক, দুই, তিন প্রভৃতি ঘর দক্ষিণে বা বামে চালিত করিবে।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহবণ কএকটি দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে। যথা—

উদাহরণ (১)। $\cdot২৫৭ \times ১০ = \frac{২৫৭}{১০০০} \times ১০$

$= \frac{২৫৭}{১০০}$ [৮৪ ও ৭১ (৪) ধাবা দ্রষ্টব্য]

$= ২\cdot৫৭$।

$২৫৭ \div ১০ = \frac{২৫৭}{১০০০} \div ১০$

$= \frac{২৫৭}{১০০০০}$ [৮৪ ও ৭১ (৩) ধারা দ্রষ্টব্য]

$= \cdot০২৫৭$।

উদাহবণ (২)। $১২৫\cdot৩ \times ১০০ = ১২৫\frac{৩}{১০} \times ১০০,$

$= \frac{১২৫৩}{১০} \times ১০০,$

$= ১২৫৩ \times ১০ = ১২৫৩০$।

$১২৫\cdot৩ \div ১০০ = \frac{১২৫৩}{১০} \div ১০০,$

$= \frac{১২৫৩}{১০০০} = ১\frac{২৫৩}{১০০০} = ১\cdot২৫৩$।

৮৭। যদি কোন অখণ্ড সংখ্যাযুক্ত দশমিক ভগ্নাংশেব অখণ্ড ভাগে (ন+১) সংখ্যক ঘব, ও দশমিক ভগ্নাংশ ভাগে ম সংখ্যক ঘব থাকে, আর অখণ্ড ভাগেব অঙ্কগুলি এককেব ঘব হইতে বামে ক্রমান্বয়ে অ, $অ_১$ $অ_২$ ... $অ_ন$ হয়, এবং দশমিক ভগ্নাংশ ভাগেব অঙ্কগুলি দশমাংশেব ঘব হইতে দক্ষিণে ক্রমান্বয়ে $দ_১$ $দ_২$ ... $দ_ম$ হয়, এবং সমগ্র বাশিটিকে স বলা যায়। তাহা হইলে (২০ ও ৮২ ধাবা দ্রষ্টব্য)

স

$$= অ_ন \times ১০^ন + অ_{ন-১} \times ১০^{ন-১} + \ldots + অ_২ \times ১০^২ + অ_১ \times ১০^১ + অ$$

$$+ \frac{দ_১}{১০^১} + \frac{দ_২}{১০^২} + \ldots + \frac{দ_ম}{১০^ম}।$$

এক্ষণে যদি এই রাশি মালাকে $১০^ম$ দ্বাবা গুণ ও ভাগ করা যায় তাহা হইলে তাহাব মূল্যেব কোন পবিবর্তন হইবে না, এবং তাহাব গুণফল নিম্নের বন্ধনীর অন্তর্গত বাশি মালার আকার ধারণ করিবে। সুতরাং,—

$$
\text{স} = \left\{ \text{অ}_{\text{ন}} \times ১০^{\text{ন}+\text{ম}} + \text{অ}_{\text{ন}-১} \times ১০^{\text{ন}+\text{ম}-১} + \right.
$$

$$
+ \text{অ}_{২} \times ১০^{\text{ম}+২} + \text{অ}_{১} \times ১০^{\text{ম}+১} + \text{অ} \times ১০^{\text{ম}}
$$

$$
\left. + \text{দ}_{১} \times ১০^{\text{ম}-১} + \text{দ}_{২} \times ১০^{\text{ম}-২} + \quad + \text{দ}_{\text{ম}} \right\} - ১০^{\text{ম}}।
$$

এক্ষণে দেখা যাইতেছে, বন্ধনীব অন্তর্গত বাশি মালা এমন একটি সংখ্যা যাহাতে (ন+ম+১) ঘব আছে, এবং যাহাব ভিন্ন ভিন্ন ঘবেব অঙ্কগুলি বাম হইতে দক্ষিণে ক্রমান্বয়ে,—

$\text{অ}_{\text{ন}}, \text{অ}_{\text{ন}-১}, \quad \text{অ}_{২}, \text{অ}_{১}, \text{অ}, \text{দ}_{১}, \text{দ}_{২}, \quad \text{দ}_{\text{ম}}$।

আর এই অঙ্কগুলিব ঘবেব মূল্য বাম হইতে ক্রমান্বয়ে দশ গুণ কবিয়া কমিয়া আসিতেছে। সুতরাং মূল স সংখ্যাটি দশমিক বিন্দু মুছিয়া দিলে যে সংখ্যা হয়, বন্ধনীর অন্তর্গত সংখ্যাটি ঠিক তাহাই। এবং যদি সেই সংখ্যা স´ অক্ষরেব দ্বারা প্রকাশ কবা যায় তাহা হইলে $\text{স} = \text{স}' - ১০^{\text{ম}}$।

যদি ন = ২, ম = ৩, অ = ২, $\text{অ}_{১} = ৫$, $\text{অ}_{২} = ৭$,

$\text{দ}_{১} = ৬$, $\text{দ}_{২} = ৩$, $\text{দ}_{৩} = ৮$, হয়, তাহা হইলে,

$$
\text{স} = ৭ \times ১০^{২} + ৫ \times ১০ + ২ + \frac{৬}{১০} + \frac{৩}{১০০} + \frac{৮}{১০০০}
$$

$$
= ৭৫২ + \frac{৬৩৮}{১০০০} = ৭৫২\cdot ৬৩৮।
$$

$$
= \frac{৭৫২৬৩৮}{১০০০}।
$$

৮৮। উপরের উদাহরণে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে, কোন দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশের আকাবে লিখিতে হইলে, দশমিক বিন্দুর দক্ষিণের ভাগটিকে লব স্বরূপ, ও দশমিক বিন্দুব দক্ষিণে যতগুলি ঘব আছে একেব দক্ষিণে সেই সংখ্যক শূন্য দিয়া তাহাকে হর স্বরূপ, লিখিতে হইবে।

১৩। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত দশমিক ভগ্নাংশগুলিকে অঙ্ক দ্বারা লিখ—তিন দশমাংশ, সাত দশমাংশ, পাঁচ শততমাংশ, পঞ্চান্ন শততমাংশ, পঁচিশ সহস্রতমাংশ।

২। নিম্নলিখিত রাশিগুলি শব্দ দ্বারা লিখ—

·০২, ১·০৩, ২০·০০০০২, ১২৩· ৪৫৬, ·০০৫০০।

৩। নিম্নলিখিত রাশিগুলি সামান্য ভগ্নাংশের আকারে লিখ—

·১, ·১২, ১০ ০২, ০০৪, ০২·০২০।

৪। নিম্নলিখিত গুণনের ফল লিখ—

·৩ × ১০, ·০০৩ × ১০০, ১৫ ০৫ × ১০০০,

৪৫ ৫৪ × ১০০০, ·০০০৩০ × ১০০।

৫। নিম্নলিখিত ভাগের ফল লিখ—

০০১ ÷ ১০, ৫০ ০৫ ÷ ১০০, ৪৮·২৬১০ ÷ ১০০০, ৫৭·৯১১ ÷ ১০,

৭৭০·২৫ ÷ ১০০।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশের যোগ।

৮৯। **নিয়ম**। যোজ্য রাশিগুলি পব পব নীচে নীচে এরূপে লিখিবে যে, ক্রমান্বয়ে একক, দশক, শতক ইত্যাদিব নীচে একক, দশক, শতক ইত্যাদি পড়ে, দশমিক বিন্দুব নীচে দশমিক বিন্দু পড়ে, এবং দশমাংশ, শততমাংশ ইত্যাদিব নীচে দশমাংশ শততমাংশ ইত্যাদি পড়ে। তাহাব পব দক্ষিণের শেষ অঙ্কেব সারি হইতে আবম্ভ কবিয়া অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব যোগ ক্রিয়াব নিয়মানুসাবে যোগ কবিয়া আসিবে, এবং যোগ ফলে উপবেব দশমিক বিন্দুব সাবিব নীচে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিবে।

হেতু। যখন অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব ন্যায় দশমিক ভগ্নাংশেও বামে এক এক ঘব সবিয়া গেলে অঙ্কেব মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পায়, তখন দশমিব ভগ্নাংশ যোগেব নিয়ম অবশ্যই অখণ্ড সংখ্যা যোগেব নিয়মেব ন্যায় হইবে।

উদাহবণ। ১৩.০৭
২২৫.৬৩২
৫৩০.৩০৪
২৪.২৫
৭৯৩.২৫৬

১৪। উদাহরণমালা।

নিম্নেব বাশিগুলির যোগফল লিখ—

১। ১২৩৪৫, ১.২৩৪৫, ১২.৩৪৫, ১২৩.৪৫, ১২৩৪.৫।

২। ১০০০.১, ২০০০.২, ৩০.০০৩, ৪.০০০৪, ৫০০৫।

৩। .০০০১২৩, .০০৪৫, .০৬৭, .৮৯, .১০১১।

৪। ১২৩.৪৫৮৯, ১২৩৪.৫৬৭৮৯, ১২৩৪৫.৬৭৮৯।

৫। ২৭.০০৩৯, .০০০০৯, ১০০০, ৫৫৬, .০০৫৫৬।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশের বিয়োগ।

৯০। **নিয়ম**। বিযোজন বাশিব নিম্নে বিযোজ্য বাশি এরূপে লিখিবে যে তাহাব দশমিক বিন্দু উপবেব দশমিক বিন্দুব নীচে পড়ে, ও তাহাব একক, দশকাদি ঘবেব অঙ্ক ও দশমাংশ শততমাংশাদিব ঘবেব অঙ্ক উপবেব সেই সেই ঘবেব অঙ্কেব নীচে পড়ে। যদি বাশিদ্বয়েব মধ্যে কোন বাশিব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা অপব বাশিটিব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা অপেক্ষা ন্যূন হয় তবে তাহাব দশমিকেব দক্ষিণেব শেষ অঙ্কেব দক্ষিণে শূন্য দিয়া উভযেব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা সমান কবিযা লইবে। তাহাতে দশমিকেব হ্রাস বৃদ্ধি হইবে না (৮৫ ধাবা দ্রষ্টব্য)। তাহাব পব অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব বিয়োগেব নিয়মানুসাবে বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন কবিযা উপবেব দশমিক বিন্দুব নীচে বিয়োগ ফলে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিবে। এবং তাহা হইলেই প্রকৃত বিয়োগ ফল পাইবে।

হেতু। যখন অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব ন্যায় দশমিক ভগ্নাংশেও বামে এক এক ঘব সবিয়া গেলে অঙ্কেব মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পায়, তখন দশমিক ভগ্নাংশেব বিয়োগেব নিযম অবশ্যই অখণ্ড সংখ্যাব বিয়োগেব নিয়মেব ন্যায় হইবে।

উদাহবণ। ২১২·০৫৩ হইতে ২৫·৭২৩৪ বিযুক্ত কব।

```
২১২·০৫৩০
 ২৫·৭২৩৪
―――――――
১৮৬·৩২৯৬
```

১৫। উদাহরণমালা।

নিম্নেব বিয়োগ ফলগুলি নির্ণয় কব —

১। ৪৫·৬—১·২৩। ২। ১৫·২৭—১৩৩।

৩। ১০০০·০০০৬—৩৫৬·০১। ৪। ৩— ·০০৯৯৯।

৫। ·০২৩৫—·০০৮৭৯৫৬২০।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশের গুণন।

৯১। **নিয়ম**। গুণ্য ও গুণকের দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিয়া রাশিদ্বয়কে অখণ্ড রাশি মনে করিয়া তাহাদের গুণফল নির্ণয় কর। তাহার পর গুণ্য ও গুণকে যে যে সংখ্যক দশমিকের ঘর আছে সেই সংখ্যাদ্বয়ের সমষ্টি সংখ্যক ঘর উক্ত গুণফলের দক্ষিণ ভাগ হইতে গণনা করিয়া (এবং আবশ্যক হইলে শূন্য যোগ করিয়া) তাহার বামে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কর। তাহা হইলেই প্রকৃত গুণফল পাওয়া যাইবে।

হেতু। মনে কর গুণ্যে প ঘর দশমিক অঙ্ক আছে, এবং দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে যে অখণ্ড রাশি হয় তাহাকে স বলা যাইবে, আর গুণকে ফ ঘর দশমিক অঙ্ক আছে এবং দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে যে অখণ্ড রাশি হয় তাহাকে ষ বলা যাইবে। তাহা হইলে (৮৭ ধারা দ্রষ্টব্য)

$$\text{গুণ্য} = \frac{\text{স}}{১০^{\text{প}}},$$

$$\text{গুণক} = \frac{২৭}{১০^{\text{ফ}}}।$$

$$\text{সুতরাং গুণফল} = \frac{\text{স}}{১০^{\text{প}}} \times \frac{\text{ষ}}{১০^{\text{ফ}}} = \frac{\text{স} \times \text{ষ}}{১০^{\text{প}} \times ১০^{\text{ফ}}}$$

$$= \frac{\text{স} \times \text{ষ}}{১০^{\text{প}+\text{ফ}}}। \quad [\text{৩৫ (২) ও ৭৮ দ্রষ্টব্য}]$$

এই নিয়ম ও তাহার হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্টতররূপে বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ·০০২৭ কে ১·৫ দিয়া গুণ কর।

```
  ২৭
  ১৫
 ---
 ১৩৫
 ২৭
 ---
 ৪০৫
```

গুণ্যে ৪ ঘর ও গুণকে এক ঘর দশমিক আছে, অতএব গুণফলে ৪+১=৫ ঘর দশমিক থাকিবে, এবং গুণফল ·০০৪০৫ হইবে।

কারণ $·০০২৭ = \frac{২৭}{১০০০০}$, $১·৫ = \frac{১৫}{১০}$,

$$·০০২৭ \times ১·৫ = \frac{২৭}{১০০০০} \times \frac{১৫}{১০} = \frac{২৭ \times ১৫}{১০০০০ \times ১০}$$

$$= \frac{৪০৫}{১০০০০০} = ·০০৪০৫।$$

১৬। উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত রাশিগুলির গুণফল নির্ণয় কর—

১। ৯·৮ × ১১·১০।

২। ·০০২৩ × ২৩০০।

৩। ৫৬ × ·০০৫৬।

৪। ৩৫৭·৭০১ × ৩ ০০৩।

৫। ৪৭২৯ ০১ × ০০৭৮।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ।

৯২। **নিয়ম।** ভাজ্য ও ভাজকের দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিয়া রাশিদ্বয়কে অখণ্ড রাশি মনে করিয়া তাহাদের ভাগফল নির্ণয় কর।

যদি দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিবার পর ভাজক অপেক্ষা ভাজ্য ন্যূন হয়, তাহা হইলে তাহার দক্ষিণে আবশ্যক মত শূন্য যোগ করিবে, এবং স্মরণ রাখিবে তাহা তাহার দশমিক ভগ্নাংশ ভাগে যোগ করা হইল, সুতরাং তদ্দারা তাহার মূল্যের পরিবর্ত্তন ঘটিল না (৮৫ ধারা দ্রষ্টব্য)।

উপরি উক্তরূপে নির্ণীত ভাগফলের দক্ষিণের শেষ অঙ্ক হইতে বামে গণনা করিয়া, ভাজ্যের দশমিক ঘরের সংখ্যা হইতে ভাজকের দশমিক ঘরের সংখ্যা বাদ দিয়া যে সংখ্যা বাকি থাকে সেই সংখ্যক ঘরের বামে (আবশ্যক হইলে শূন্য যোগ করিয়া), দশমিক বিন্দু চিহ্নিত করিবে। তাহা হইলেই প্রকৃত ভাগফল পাইবে।

যদি ভাজ্যের দশমিক ঘরের সংখ্যা ভাজকের দশমিক ঘরের সংখ্যা অপেক্ষা ন্যূন হয়, তবে দ্বিতীয়োক্ত সংখ্যা হইতে প্রথমোক্ত সংখ্যা বাদ দিয়া যত বাকি থাকে সেই সংখ্যক শূন্য ভাগফলের দক্ষিণে যোগ করিলে প্রকৃত ভাগফল পাওয়া যাইবে।

যদি ভাগশেষ থাকে তবে তাহার দক্ষিণে ক্রমশ শূন্য যোগ করিয়া ভাগ ক্রিয়া যতদূর আবশ্যক চালাইবে, এবং যতগুলি শূন্য যোগ করিলে, ভাজ্যের ততগুলি দশমিকের ঘর বৃদ্ধি হইল ইহা স্মরণ রাখিবে।

হেতু। মনে কর (৯১ ধারার সাঙ্কেতিক লিখন প্রণালী অবলম্বন করিয়া)

ভাজ্য $= \frac{\text{স}}{১০^{\text{প}}}$,

ভাজক $= \frac{\text{ষ}}{১০^{\text{ক}}}$।

সুতরাং ভাগফল $= \frac{স}{১০^{প}} \div \frac{ষ}{১০^{ফ}}$

$$= \frac{স}{ষ} \times \frac{১০^{ফ}}{১০^{প}} = \frac{স}{ষ} \times \frac{১০^{ফ}}{১০^{প-ফ} \times ১০^{ফ}}$$

$$= \frac{স}{ষ} \times \frac{১}{১০^{প-ফ}}$$ (যদি ফ অপেক্ষা প বড় হয়),

অথবা $$= \frac{স}{ষ} \times \frac{১০^{ফ-প} \times ১০^{প}}{১০^{প}}$$

$$= \frac{স}{ষ} \times ১০^{ফ-প}$$ (যদি ফ অপেক্ষা প ছোট হয়)।

এই নিয়ম ও তাহার হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্টতররূপে বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ১·২কে ·২৫ দিয়া ভাগ কর।

```
২৫)১২০০(৪৮
   ১০০
   ----
    ২০০
    ২০০
```

ভাগফল = ৪৮।

কারণ, ১ ২ — ·২৫ $= \frac{১২}{১০} - \frac{২৫}{১০০} = \frac{১২}{১০} \times \frac{১০০}{২৫} = \frac{১২০০}{২৫} = ৪৮$।

উদাহরণ (২)। ২৭২কে ২৯ দিয়া ৪ ঘর দশমিক পর্য্যন্ত ভাগ কর।

```
২৯)২৭২০০(৯৩৭
   ২৬১
   ----
    ১১০
     ৮৭
    ----
     ২৩০
     ২০৩
     ---
      ২৭
```

ভাগফল = ·০৯৩৭...।

কারণ, $·২৭২ \div ২·৯ = \frac{২৭২}{১০০০} \div \frac{২৯}{১০} = \frac{২৭২}{১০০০} \times \frac{১০}{২৯}$

$= \frac{২৭২}{১০০} \times \frac{১}{২৯} = \frac{২৭২}{২৯} \times \frac{১}{১০০}$

$= \frac{২৭২}{২৯} \times ১০০ \times \frac{১}{১০০ \times ১০০}$

$= \frac{২৭২০০}{২৯} \times \frac{১}{১০০০০} = ·০৯৩৭$ ।

১৭। উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত রাশিগুলির ভাগফল নির্ণয় কর—

১। ·৫৫৬৮ ÷ ২·৩২।

২। ২·২৯৫ ÷ ·০১৩৫।

৩। ৭৮·৭৮—·০০২৬।

৪। ২৪৭·৯৮৯—১৩·৩ (দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত)।

৫। ·০০৭—·০০০৭৩ (দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত)।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ।

সামান্য ভগ্নাংশের দশমিকে পরিবর্ত্তন।

পৌনঃ পুনিক দশমিক।

৯৩। পূর্ব্বে (৮৪ ধারার ৪র্থ নিয়মে) বলা হইয়াছে দশমিক ভগ্নাংশকে কিরূপে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনা যায়। এক্ষণে সামান্য ভগ্নাংশকে কিরূপে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে আনা যাইতে পারে তাহা বিবেচ্য। শেষোক্তরূপ আকার পরিবর্ত্তনের বিশেষ প্রয়োজন আছে।

সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে পরিবর্ত্তিত করিতে পারিলে, যোগ, বিয়োগ, গুণন, ও ভাগ প্রক্রিয়ার অনেক সুবিধা হয়। কারণ, পূর্ব্ব পূর্ব্ব পরিচ্ছেদে দেখা গিয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশের ঐ সকল প্রক্রিয়া অখণ্ড সংখ্যার প্রক্রিয়ার ন্যায় সম্পাদিত হয়, এবং সেই সকল সম্পাদন প্রণালী সামান্য ভগ্নাংশের ঐ ঐ প্রক্রিয়া সম্পাদন প্রণালী অপেক্ষা অনেক সহজ।

৯৪। **সামান্য ভগ্নাংশ দশমিকে পরিবর্ত্তনের নিয়ম।**

কোন সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিকে আনিতে হইলে প্রথমে তাহাকে লঘিষ্ঠ আকারে আন। তদনন্তর তাহার লবের দক্ষিণে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত করিয়া তাহার দক্ষিণে আবশ্যক মত শূন্য দিয়া দশমিকের বিভাগের নিয়মানুসারে তাহাকে হর দ্বারা ভাগ কর। তাহাতে যে ভাগ ফল হইবে তাহাই সেই ভগ্নাংশের দশমিক প্রতিরূপ।

হেতু। পূর্ব্বেই দেখা গিয়াছে, (৬৯ ধারা দ্রষ্টব্য) (১) সামান্য ভগ্নাংশের অর্থ লবকে হর দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হয় সেই ভাগফল, এবং (৯২ ধারা দ্রষ্টব্য) (২) ভাজ্যে শূন্য যোগ দ্বারা দশমিকের ঘরের সংখ্যা বৃদ্ধি করিয়া ভাগ কার্য্য চালান যাইতে পারে, তবে সেই বর্দ্ধিত সংখ্যার প্রতি লক্ষ্য রাখিয়া ভাগ ফলে দশমিক বিন্দু স্থাপিত করিতে হইবে। এই দুইটি কথা মনে রাখিলেই উপরিউক্ত নিয়মের হেতু বুঝা যাইবে।

মনে কর কোন ভগ্নাংশ লঘিষ্ঠ আকারে আনীত হইলে, তাহার লব = ল,

হর = হ, আর তাহার লবে প সংখ্যক শূন্য যোগ করিলে ভাগ কার্য্য শেষ হইল, এবং ভাগফলের দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে তাহার মূল্য = ভ।

তাহা হইলে, $\frac{ল}{হ} = \frac{ল \times ১০^{প}}{হ \times ১০^{প}} = \frac{ল \times ১০^{প}}{হ} \times \frac{১}{১০^{প}} = ভ \times \frac{১}{১০^{প}}$ ।

উদাহরণ (১)। $\frac{২৭}{২৪০}$ কে দশমিকে আন।

$\frac{২৭}{২৪০} = \frac{৯}{৮০}$ ।

```
৮০)৯.০০০০(১১২৫
   ৮০
   ---
   ১০০
    ৮০
    ---
    ২০০
    ১৬০
    ---
     ৪০০
     ৪০০
     ---
```

অর্থাৎ, $\frac{২৭}{২৪০} = \frac{৯}{৮০} = \frac{৯ \times ১০০০০}{৮০ \times ১০০০০}$

$= \frac{৯ \times ১০^{৪}}{৮০} \times \frac{১}{১০^{৪}} = \frac{৯ \times ২^{৪} \times ৫^{৪}}{২^{৪} \times ৫} \times \frac{১}{১০^{৪}}$

$= \frac{৯ \times ২^{৪} \times ৫ \times ৫^{৩}}{২^{৪} \times ৫} \times \frac{১}{১০^{৪}} = ৯ \times ৫^{৩} \times \frac{১}{১০^{৪}} = ৯ \times ১২৫ \times \frac{১}{১০^{৪}}$

$= ১১২৫ \quad \frac{১}{১০^{৪}} = ১১২৫$ ।

উদাহরণ (২)। $\frac{২}{৩}$কে দশমিকে আন।

```
৩)২.০০০(.৬৬৬
  ১৮
  ---
   ২০
   ১৮
   ---
    ২০
    ১৮
    ---
     ২
```

অর্থাৎ, $\frac{২}{৩} = \frac{২ \times ১০^{৩}}{৩ \times ১০^{৩}} = \frac{২ \times ১০^{৩}}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= \frac{২০০০}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}} = ৬৬৬\frac{২}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= \frac{৬৬৬}{১০^{৩}} + \frac{২}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= ·৬৬৬ + \frac{২}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$।

উদাহরণ (৩)। $\frac{৫}{৬}$কে দশমিকে আন।

```
৬)৫ ০০০ (·৮৩৩
  ৪৮
  ──
   ২০
   ১৮
   ──
    ২০
    ১৮
    ──
     ২
```

অর্থাৎ, $\frac{৫}{৬} = \frac{৫ \times ১০^{৩}}{৬ \times ১০^{৩}} = \frac{৫ \times ২^{৩} \times ৫^{৩}}{২ \times ৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= \frac{৫ \times ২^{২} \times ৫^{৩}}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}} = \frac{২৫০০}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= (৮৩৩ + \frac{১}{৩}) \times \frac{১}{১০^{৩}}$

$= ·৮৩৩ + \frac{১}{৩} \times \frac{১}{১০^{৩}}$।

উদাহরণ (৪)। $\frac{৪}{২৭}$কে দশমিকে আন।

```
২৭) ৪.০০০০০০০ (.১৪৮১৪৮..
    ২৭
    ১৩০
    ১০৮
     ২২০
     ২১৬
       ৪০
       ২৭
       ১৩০
       ১০৮
        ২২০
        ২১৬
          ৪
```

৯৫। উপরের উদাহরণ চতুষ্টয় হইতে দেখা যাইতেছে, $\frac{১৭}{২৫}$ ও $\frac{৩}{৮}$ সহজেই দশমিকে পরিবর্ত্তিত হইল, কিন্তু $\frac{২}{৩}$, $\frac{৫}{৬}$ ও $\frac{৪}{২৭}$ সেরূপ হইল না।

$\frac{২}{৩}$ =·৬৬৬ . ইহার শেষ নাই,

$\frac{৫}{৬}$ =·৮৩৩ ,

$\frac{৪}{২৭}$=·১৪৮,১৪৮ ।

কি জন্য এরূপ ঘটে তাহাও ঐ চারিটি উদাহরণ হইতে বুঝিতে পারা যায়।

প্রথমতঃ দেখা যাইতেছে সামান্য ভগ্নাংশ দশমিকে আনিবার প্রক্রিয়া আর কিছুই নহে, কেবল সামান্য ভগ্নাংশ লঘিষ্ঠ আকারে আনিয়া তাহার লব ও হরকে দশের এমন এক শক্তি দিয়া গুণ করা যাহাতে গুণিত লব হর দ্বারা বিভাজ্য হয়, এবং ভাগের পর হর যে দশের সেই শক্তি দ্বারা গুণিত হইয়াছিল তাহার নিদর্শন স্বরূপ সেই শক্তি চিহ্নের সংখ্যক দশমিক ঘর দশমিক বিন্দু স্থাপন দ্বারা ভাগ ফলে চিহ্নিত করা।

কিন্তু দশের মৌলিক উৎপাদক ২ ও ৫, অতএব লঘিষ্ঠ আকারে আনীত ভগ্নাংশের দশের শক্তি দ্বারা গুণিত লব কেবল সেই সেই স্থলে হর দ্বারা বিভাজ্য হইবে, যেখানে হর ২ বা ৫ অথবা তাহাদের কোন শক্তির গুণফল।

যথা, (১) উদাহরণে, ৮০ = ২⁴ × ৫। এবং যেখানে তাহা নহে, যথা, (২), (৩) ও (৪) উদাহরণে, সেখানে দশের শক্তির দ্বারা গুণিত লবের হর দ্বারা ভাগ ক্রিয়ার শেষ হইবে না।

দ্বিতীয়তঃ ইহাও দেখা যাইতেছে যে যদিও শেষোক্ত স্থলে ভাগ ক্রিয়ার শেষ হইবে না, কিন্তু যখন ভাগ শেষ ভাজক অর্থাৎ হর অপেক্ষা ন্যূন হইবে, তখন ভাগফলে হর সংখ্যক অঙ্ক বসিবার পূর্ব্বেই পূর্ব্ববর্ত্তী কোন এক ভাগ শেষের পুনরাগমন হইবে, এবং তাহা হইলেই যখন ভাগ শেষে ক্রমাগত শূন্য যোগ দ্বারা ভাগ ক্রিয়া চলিবে, তখন সেইখান হইতে ভাগফলেও পূর্ব্ববর্ত্তী অঙ্কগুলির পুনরাগমন আরম্ভ হইবে, যথা, (২) ও (৪) উদাহরণে প্রথম হইতেই এবং (৩) উদাহরণে প্রথম অঙ্কের পর হইতে।

শেষোক্ত প্রকার দশমিককে **পৌনঃপুনিক দশমিক** বলে। (২) ও (৪) উদাহরণের অঙ্কগুলি প্রথম হইতেই পুনঃ পুনঃ আইসে যথা, ৬৬৬ , ১৪৮, ১৪৮ , এইজন্য ঐরূপ দশমিককে **বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক** দশমিক বলে। এবং (৩) উদাহরণের অঙ্কগুলি অর্থাৎ ৮৩৩৩ .. প্রথম হইতে পুনঃ পুনঃ আইসে নাই, এই জন্য ঐরূপ দশমিককে **মিশ্র পৌনঃপুনিক** দশমিক বলে। এবং যে ভাগটি পুনঃ পুনঃ আইসে না তাহাকে **তদ্বস্ত** ভাগ, ও যাহা পুনঃ পুনঃ আইসে তাহাকে **পৌনঃপুনিক** ভাগ, বলে।

৯৬। **পৌনঃপুনিক দশমিক লিখিবার নিয়ম।**

দশমিক বিন্দু যথা স্থানে দিয়া পৌনঃপুনিক ভাগের প্রথম ও শেষ অঙ্কের উপর এক একটি বিন্দু চিহ্নিত কর।

যথা— ৬৬৬ .. . = ·৬।
·১৪৮১৪৮ · = ·১৪৮।
৮৩৩৩ .. .... = ৮৩।

৯৭। উপরে যাহা দেখা গেল তাহা হইতে নিম্নলিখিত দুইটি সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়।

(১) লঘিষ্ঠ আকারে আনীত হইবার পর যে সামান্য ভগ্নাংশের হর কেবল ২ বা ৫ অথবা তাহাদের কোন শক্তির গুণফল তাহাই কেবল সহজ দশমিক ভগ্নাংশের আকারে আনীত হইতে পারে।

(২) যে সামান্য ভগ্নাংশের হরে (লঘিষ্ঠ আকারে আনীত হইবার পর) ২ ও ৫ ভিন্ন অন্য কোন মৌলিক উৎপাদক থাকে, তাহা দশমিকের আকারে আনিতে গেলে সেই দশমিক বিশুদ্ধ অথবা মিশ্র পৌনঃপুনিক দশমিক হইবে।

৯৮। সামান্য দশমিককে ভগ্নাংশে আনিবার নিয়ম পূর্ব্বে বলা হইয়াছে। [৮৪ ধারার (৪) নিয়ম দ্রষ্টব্য]

এক্ষণে পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্ত্তিত করিবার নিয়ম নিম্নে দেওয়া যাইতেছে।

নিয়ম (১)। বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনিতে হইলে, পৌনঃপুনিক অঙ্কগুলি (দশমিক ও পৌনঃপুনিক চিহ্ন উঠাইয়া দিয়া) লব স্বরূপ লিখ, এবং সেই অঙ্ক যতগুলি ততগুলি ৯ হর স্বরূপ লিখ।

নিয়ম (২)। মিশ্র পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনিতে হইলে, দশমিক বিন্দু ও পৌনঃপুনিক চিহ্ন উঠাইয়া দিয়া তদবস্থ ও পৌনঃপুনিক ভাগ হইতে তদবস্থ ভাগ বাদ দিয়া সেই বিয়োগ ফলকে লব স্বরূপ লিখ, এবং পৌনঃপুনিক ভাগে যতগুলি অঙ্ক আছে ততগুলি ৯ লিখিয়া তাহার পর তদবস্থ ভাগে যতগুলি অঙ্ক আছে ততগুলি শূন্য দিয়া হর স্বরূপ লিখ।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণত্রয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ৬কে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আন।

মনে কর ·৬ = স = ·৬৬৬ . ।

১০ × স = ৬ ৬৬৬ ,

এবং স = ·৬৬৬ .. ।

বিয়োগ দ্বারা ১০ × স − স = ৯ × স = ৬,

$স = \frac{৬}{৯} = \frac{২}{৩}$ ।

উদাহবণ (২)। ·১৪৮কে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আন।

মনে কর ·১৭৮ = স = ·১৪৮ ১৪৮ ১৪৮ ।

১০০০ × স = ১৪৮ ১৪৮ ১৪৮ ১৪৮ ,

এবং স = ১৪৮ ১৪৮ ১৪৮ ।

বিয়োগ দ্বারা ৯৯৯ × স = ১৪৮,

$স = \frac{১৪৮}{৯৯৯} = \frac{৩৭ \times ৪}{৯ \times ১১১} = \frac{৩৭ \times ৪}{৯ \times ৩ \times ৩৭} = \frac{৪}{২৭}$ ।

উদাহবণ (৩)। ·৮৩কে সামান্য ভগ্নাংশেব আকাবে আন।

মনে কব ৮৩ = স,

স = ·৮৩৩৩ . ,

১০০ × স = ৮৩ ৩৩৩ . ,

এবং ১০ × স = ৮ ৩৩৩ . ।

বিয়োগ দ্বাবা ১০০ × স − ১০ × স = ৯০ × স = ৭৫ ।

এবং $স = \frac{৭৫}{৯০} = \frac{৫}{৬}$ ।

উপবেব (১) ও (২) উদাহবণে দেখা যাইতেছে, পৌনঃপুনিক দশমিককে দশেব এমন এক শক্তি দ্বাবা গুণ কবা হইয়াছে যাহাতে প্রথম সম্পূর্ণ পৌনঃপুনিক ভাগটি অখণ্ড বাশিতে পবিণত হইয়াছে, এবং তাহাব পব সেই গুণিত পৌনঃপুনিক হইতে অগুণিত পৌনঃপুনিকেব বিয়োগ দ্বাবা অবশিষ্ট অসীম পৌনঃপুনিক অঙ্ক শ্রেণিব বিলোপ হইয়াছে। এবং সেই বিয়োগ দ্বাবা একদিকে প্রথম পৌনঃপুনিক ভাগটি অখণ্ড সংখ্যা স্বরূপ থাকে, ও অপবদিকে তাহাতে যতগুলি অঙ্ক আছে পব পব ততগুলি ৯ বিশিষ্ট সংখ্যা দ্বারা গুণিত পৌনঃপুনিক দশমিক থাকে। সুতবাং পৌনঃপুনিক দশমিকেব মূল্য অবশ্যই সেই অখণ্ড সংখ্যাকে সেই ৯ বিশিষ্ট সংখ্যা দ্বাবা ভাগ কবিলেই পাওয়া যায়।

(৩) উদাহবণেও ঐরূপ কৌশল অবলম্বন কবা হইয়াছে, তবে প্রভেদ এই যে, এ স্থলে দশমিক পৌনঃপুনিককে একবার ১০ দিয়া ও আর একবাব ১০² বা দিয়া ১০০ দিয়া গুণ কবা হইয়াছে, এবং তাহাব উদ্দেশ্য এই যে, প্রথমে তদবস্থ ভাগ ৮কে ও তৎপরে তদবস্থ ভাগ সহ প্রথম পৌনঃপুনিক ভাগ অর্থাৎ ৮৩কে অখণ্ড রাশিতে পবিণত কবা। তাহাব পর বিয়োগ

দ্বারা অসীম পৌনঃপুনিক অঙ্ক শ্রেণি ৩৩৩ বিলুপ্ত হইয়া, একদিকে অর্থণ্ড সংখ্যা ৮৩−৮ ও অপবদিকে ৯০×স (পৌনঃপুনিক দশমিক) থাকে। সুতবাং স $=\frac{৮৩-৮}{৯০}=\frac{৭৫}{৯০}=\frac{৫}{৬}$।

১৮। উদাহরণ মালা।

১। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে দশমিক ভগ্নাংশেব আকাবে আনয়ন কব—

(১) $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৪}$, $\frac{১}{৮}$, $\frac{১}{১৬}$, $\frac{১}{৩২}$।

(২) $\frac{৩}{৬}$, $\frac{৩}{১৫}$, $\frac{৯}{১২}$, $\frac{৯}{৪০}$, $\frac{২৭}{৯০}$।

(৩) $\frac{১}{৫}$, $\frac{১}{২৫}$, $\frac{১}{১২৫}$, $\frac{১}{৬২৫}$।

(৪) $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৪}{৫}$, $\frac{৬}{১৫}$, $\frac{৭}{৮}$।

২। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশে পবিবর্ত্তিত কব—

(১) $\frac{৩}{৭}$, $\frac{৫}{৯}$, $\frac{৯}{১১}$, $\frac{১১}{১৩}$।

(২) $\frac{৫}{১৩}$, $\frac{২০}{২১}$, $\frac{১৭}{১২}$, $\frac{৮}{১৪}$।

৩। নিম্নলিখিত পৌনঃপুনিক দশমিকগুলিকে সামান্য ভগ্নাংশেব আকাবে পবিবর্ত্তিত কব—

(১) ·০৭, ৮১, ·৯৩, ·১২৩।

(২) ৫·৭৮, ৪·৬২, ২·৩৭, ৯·১৭।

(৩) ·৭২, ·৮৩, ·৮১, ৮৫, ·৬৭।

সপ্তম পরিচ্ছেদ।

দশমিক ভগ্নাংশের আসন্ন ও সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।

৯৯। এই অধ্যায়ের পূর্ব্ব পূর্ব্ব পরিচ্ছেদে দেখা গিয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ গুণন ও ভাগ প্রক্রিয়া অখণ্ড রাশির ঐ ঐ প্রক্রিয়ার ন্যায়, সুতরাং তাহা সামান্য ভগ্নাংশের ঐ ঐ প্রক্রিয়া অপেক্ষা সহজে সম্পন্ন হয়। এই জন্য সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে পরিবর্ত্তিত করা অনেক স্থলে বাঞ্ছনীয়। কিন্তু এইরূপ আকার পরিবর্ত্তন করিতে গেলে কখন কখন দশমিকের অনেক ঘর লইতে হয়, আর অনেক স্থলে অসংখ্য ঘর দশমিক লইলেও আকার পরিবর্ত্তন ক্রিয়া শেষ হয় না তবে দশমিকের অঙ্কগুলি বার বার পুনরাগমন করে। ঐ সকল স্থলে দশমিকের যোগ বিয়োগাদি অখণ্ড সংখ্যার প্রক্রিয়ার ন্যায় হইলেও তাহা সহজে বলা যায় না। ঐরূপ স্থলে দশমিকের ঠিক পরিমাণ অর্থাৎ সমস্ত ঘর না লইয়া **প্রায় ঠিক** পরিমাণ অর্থাৎ **কতিপয় ঘর** লইয়া তৎসম্বন্ধীয় প্রক্রিয়া সম্পন্ন করা যায়, এবং তাহার যে ফল হয় তাহা সম্পূর্ণ ঠিক ফল না হইলেও এত **প্রায় ঠিক** হয়, যে তাহা গ্রহণ করিলে কোন অধিক ভ্রম বা অসুবিধা হয় না। তাহার কারণ এই যে, দশমিকের প্রথম ঘরের অঙ্ক মূল এককের দশাংশের অংশ, দ্বিতীয় ঘরের অঙ্ক শতাংশের অংশ, তৃতীয় ঘরের অঙ্ক সহস্রাংশের অংশ, চতুর্থ ঘরের অঙ্ক দশসহস্রাংশের অংশ, পঞ্চম ঘরের অঙ্ক লক্ষাংশের অংশ, ষষ্ঠ ঘরের অঙ্ক দশলক্ষাংশের অংশ, এবং সপ্তম ঘরের অঙ্ক কোটি অংশের অংশ। সুতরাং দশমিকের সপ্তম ঘরের পরবর্ত্তী অঙ্ক সমস্ত বাদ দিলে মূল এককের কোটি অংশের একাংশ অপেক্ষা অধিক বাদ পড়ে না। এবং সচরাচর যেরূপ মূল এক লইয়া গণনা চলে তাহাদের কোটি অংশের একাংশ এত ক্ষুদ্র যে তাহা বাদ দিলে কোন ধর্ত্তব্য ভ্রম হয় না।

যথা, মূল এক যদি ১ টাকা হয়, তাহা হইলে তাহার কোটি অংশের একাংশ

$=\frac{১}{১০০০০০০০}$ টাকা $=\frac{৬৪}{১০০০০০০০}$ পয়সা

$<\frac{১০০}{৬৪০০০০০০০}$ টাকা $<\frac{১}{১০০০০০}$ পয়সা

<এক পয়সার লক্ষাংশের একাংশ।

মূল এক যদি ১ মাইল হয়, তাহা হইলে তাহার কোটি অংশের একাংশ

$$= \frac{১}{১০০০০০০০} \text{ মাইল}$$
$$= \frac{১৭৬০ \times ৩৬}{১০০০০০০০} \text{ ইঞ্চ}$$
$$< \frac{৬৩৩৬০}{১০০০০০০০} \text{ ইঞ্চ}$$

< এক ইঞ্চের শতাংশের একাংশ।

১০০। দশমিক ভগ্নাংশের কতিপয় ঘর রাখিয়া অবশিষ্ট ঘরের অঙ্ক বাদ দিলে, সেই বাদ দেওয়ার নিদর্শন স্বরূপ যে স্থান হইতে অঙ্ক বাদ দেওয়া আরম্ভ হইল সেই স্থানে এই চিহ্ন দেওয়া যায়। যথা

৩২৫৭৮৯১৩১৫ = ·৩২৫৭৮৯১ প্রায়।

সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া সম্বন্ধীয় নিয়ম কএকটি নিম্নে লিখিত হইতেছে।

১০১। **সঙ্ক্ষিপ্ত লিখনের নিয়ম।** দশমিকের যতগুলি ঘর রাখা আবশ্যক কেবল ততগুলি ঘর রাখিবে, এবং পরিত্যক্ত ভাগের প্রথম অঙ্কটি যদি ৪ অপেক্ষা বড় হয়, তবে রক্ষিত ভাগের শেষ অঙ্কটিতে ১ যোগ করিবে।

হেতু। ইহার হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় হইতে স্পষ্ট দেখা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ·৩০৫৭৯৭৩৪কে ৫ ঘর পর্য্যন্ত রাখিয়া এমত ভাবে লিখ যে তাহা যথা সম্ভব ঠিক হয়।

উপরের নিয়মানুসারে পঞ্চম ঘরের ৯তে ১ যোগ করিলে তাহা ১০ হইল অর্থাৎ ৭৯ স্থলে ৮০ হইল।

·৩০৫৭৯৭৩৪ = ·৩০৫৮০ প্রায়।

কারণ, ·৩০৫৭৯৭৩৪ − ·৩০৫৭৯ = ·০০০০০৭৩৪,

·৩০৫৮০ − ·৩০৫৭৯৭৩৪ = ·০০০০০২৬৬,

এবং ·০০০০০২৬৬ < ·০০০০০৭৩৪।

·৩০৫৭৯ অপেক্ষা ·৩০৫৮০ রাশি ·৩০৫৭৯৭৩৪ রাশির অধিকতর সন্নিহিত।

(২) উদাহরণ। ·৪২৭৬৪৮৭কে ৪ ঘর পর্য্যন্ত রাখিয়া এমত ভাবে লিখ যে তাহা যথাসম্ভব ঠিক হয়।

এস্থলে পরিত্যক্ত ভাগের প্রথম অঙ্ক ৪, অতএব উপরের নিয়মানুসারে রক্ষিত শেষ ঘরের ৬কে বর্দ্ধিত করিতে হইবে না, ·৪২৭৬ লিখিলেই হইবে।

দেখা যাউক এস্থলে ৬কে ৭ করিলে কি হয়।

·৪২৭৭ — ·৪২৭৬৪৮৭ = ·০০০০৫১৩।

কিন্তু ·৪২৭৬৪৮৭ — ·৪২৭৬ = ·০০০০৪৮৭,

এবং ·০০০০৪৮৭ < ·০০০০৫১৩।

·৪২৭৭ অপেক্ষা ·৪২৭৬ রাশি ·৪২৭৬৪৮৭ রাশির অধিকতর সন্নিহিত।

১০২। **সঙ্ক্ষিপ্ত যোগের নিয়ম।** প্রত্যেক যোজ্যে আবশ্যক অপেক্ষা অধিক দুই এক ঘর রাখিয়া এবং উপরের ১০১ ধারার নিয়ম রক্ষা করিয়া যোগ ক্রিয়া সম্পন্ন কর, এবং যোগফলে উক্ত ধারার নিয়ম রক্ষা করিয়া আবশ্যকীয় ঘর পর্য্যন্ত অঙ্ক রাখ।

হেতু। এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ১২·৩৪৫৬৭৮৯, ·০৫৭৮২৩৪৬, এবং ২১৩·৫৭৯১১৮৮৯৯ এরূপে যোগ কর যাহাতে যোগফল ৪ ঘর পর্য্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।	সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।
১২·৩৪৫৬৭৯	১২·৩৪৫৬৭৮ | ৯
·০৫৭৮২৩	·০৫৭৮২৩ | ৪৬
২১৩·৫৭৯১১৯	২১৩·৫৭৯১১৮ | ৮৯৯
২২৫·৯৮২৬২১	২২৫·৯৮২৬২১ | ২৫৯।

১০৩। **সঙ্ক্ষিপ্ত বিয়োগের নিয়ম।** আবশ্যকীয় অপেক্ষা অধিক দুই এক ঘর রাখিয়া এবং ১০১ ধারার নিয়ম রক্ষা করিয়া বিয়োজন ও বিয়োজ্যকে লিখিয়া বিয়োগক্রিয়া সম্পন্ন কর, এবং বিয়োগফলে উক্ত ধারার নিয়ম রক্ষা করিয়া আবশ্যকীয় ঘর পর্য্যন্ত অঙ্ক রাখ।

হেতু। এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ·১৪ হইতে ·০৬ এরূপে বিযুক্ত কর যাহাতে বিয়োগ ফল ৫ ঘর পর্য্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।	সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।
$\cdot১\dot{৪} = \cdot১৪৪৪৪৪৪$	$\cdot১\dot{৪} = \frac{১৪-১}{৯০} = \frac{১৩}{৯০}$,
$\cdot০\dot{৬} = \cdot০৬৬৬৬৬৭$	$\cdot০\dot{৬} = \frac{৬-০}{৯০} = \frac{৬}{৯০}$
$\cdot০৭৭৭৭৭৭$	$\cdot১\dot{৪} - \cdot০\dot{৬} = \frac{১৩}{৯০} - \frac{৬}{৯০} = \frac{৭}{৯০}$
	$= \cdot০\dot{৭} = \cdot০৭৭৭৭$

১০৪। **সঙ্ক্ষিপ্ত গুণনের নিয়ম।** গুণ্যের নিম্নে গুণকের অঙ্কগুলি বিপরীত ক্রমে এমতভাবে লিখ যে তাহার এককের অঙ্ক গুণফল যে ঘর পর্য্যন্ত আবশ্যক গুণ্যের সেই ঘরের নিম্নে পড়ে।

তাহার পর গুণকের প্রত্যেক অঙ্ক দ্বারা তদুপরিস্থ ও তাহার বামে স্থিত গুণ্যের অঙ্কগুলির গুণন কর ও যত হাতে থাকে তাহা যোগ করিবার নিমিত্ত উপরিস্থ দক্ষিণের অঙ্কের প্রতি লক্ষ্য রাখ, এবং আংশিক গুণফলের পংক্তি-গুলি পর পর এমত ভাবে লিখ যে তাহাদের প্রথম অঙ্কগুলি এক সারিতে একটির নীচে আর একটি থাকে। এই আংশিক গুণফল পংক্তি সমূহের যোগফলে আবশ্যকীয় সংখ্যক ঘরের বামে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত করিলেই গুণফল পাওয়া যাইবে।

হেতু। এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণের সঙ্ক্ষিপ্ত ও সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া মিলাইয়া দেখিলে স্পষ্ট বুঝা যাইবে, তবে সঙ্গে সঙ্গে নিম্ন লিখিত কথাগুলি স্মরণ রাখিতে হইবে, যথা—

একক × একক = একক,
একক × দশমাংশ = দশমাংস,
একক × শততমাংশ = শততমাংস,
ইত্যাদি ইত্যাদি।
দশক × একক = দশক,
দশক × দশমাংশ = একক,
দশক × শততমাংশ = দশমাংশ,
ইত্যাদি ইত্যাদি।
দশমাংশ × একক = দশমাংশ,
দশমাংশ × দশমাংশ = শততমাংশ,
দশমাংশ × শততমাংশ = সহস্রতমাংশ,
ইত্যাদি ইত্যাদি।

(১) উদাহরণ। ২৫·৭০৫৬কে ১৮·৬২০৩ দিয়া এমত ভাবে গুণ কর যাহাতে গুণফল ৫ ঘর পর্য্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।

```
২৫·৭০৫৬
 ৩ ০২৬৮১
────────
২৫ ৭০৫৬০
২০ ৫৬৪৪৮
 ১ ৫৪২৩৩
    ৫১৪১
      ৭৭
────────
৪৭৮ ৬৪৫৯
```

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

```
       ২৫·৭০৫৬
       ১৮·৬২০৩
───────────────
         ৭৭|১১৬৮
       ৫১৪১|১২০
     ১৫৪২৩৩|৬
    ২০৫৬৪৪৮|
    ২৫৭০৫৬ |
───────────
   ৪৭৮·৬৪৫৯|৮৩৬৮
```

(২) উদাহরণ। ·৩কে ১৬ দিয়া এমতভাবে গুণ কর যাহাতে গুণফল ৪ ঘর পর্য্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সঙ্ক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।

```
 ·৩ = ০·৩৩৩৩৩৩
·১৬ = ০·১৬৬৬৬৬
       ০ ৩৩৩৩৩৩
        ৬ ৬৬১০
───────────
          ০৩৩৩
           ২০০
            ২০
             ২
───────────
          ০৫৫৫
```

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

$৩ = \frac{৩}{৯} = \frac{১}{৩}$,

$·১৬ = \frac{১৬-১}{৯০} = \frac{১৫}{৯০} = \frac{১}{৬}$।

$৩ \times ·১৬ = \frac{১}{৩} \times \frac{১}{৬} = \frac{১}{১৮}$

$= \frac{৫}{৯০} = ০৫$

$= ·০৫৫৫..$ ।

১০৫। **সঙ্ক্ষিপ্ত ভাগের নিয়ম।** ভাগফলের অখণ্ড ভাগে যতগুলি ঘর থাকিবে ও তাহার দশমিক ভগ্নাংশ ভাগে যতগুলি ঘর রাখিতে হইবে সেই দ্বিবিধ ঘরের সংখ্যা একত্র যত হইবে, ভাজকের বাম ভাগ হইতে ততগুলি মাত্র অঙ্ক ভাজক স্বরূপ লইবে। এবং ভাজ্যের বামদিক হইতে ততগুলি ঘর লইবে যাহাতে ঐ নূতন ভাজক অন্ততঃ একবার কিন্তু দশের অনধিকবার থাকে। এই ভাজ্য ও ভাজক লইয়া ভাগ ক্রিয়া আরম্ভ করিবে।

ভাগফলের প্রথম অঙ্ক নির্ণয়ের পর, দ্বিতীয় অঙ্ক নির্ণয়ার্থে ভাজকের দক্ষিণের প্রথম অঙ্ক বাদ দিবে ও প্রথম বিয়োগফলকে ভাজ্য মনে করিবে।

ভাগফলেব দ্বিতীয় অঙ্ক নির্ণীত হইলে, তৃতীয় অঙ্ক নির্ণয়ার্থে পুনবায় ঐ প্রণালী অবলম্বন কবিবে। এবং এইরূপে শেষ অঙ্ক নির্ণয় কবা পর্য্যন্ত প্রক্রিয়া চালাইবে।

ভাগ ফলেব প্রতি অঙ্ক দিয়া ভাজককে গুণ কবিবাব সময় ভাজকেব পরিত্যক্ত অঙ্কেব সহিত সেই অঙ্কেব গুণফলেব যত হাতে থাকিত তাহা যোগ কবিবে।

হেতু। এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহবণেব সংক্ষিপ্ত ও সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া মিলাইয়া দেখিলেই বুঝা যাইবে।

(১) উদহবণ। ৮·৬১৩৪৫২কে ৭·৩৫২৪৩ দিয়া ভাগ কব যাহাতে ভাগফল ৪ ঘব পর্য্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সংক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।

```
৭·৩৫২৪,৩)৮৬১৩৪,৫২(১·১৭১৫
          ৭৩৫২৪
          ১২৬১০
           ৭৩৫২
           ৫২৫৮
           ৫১৪৬
            ১১২
             ৭৩
             ৩৯
             ৩৬
```

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

```
৭ ৩৫২৪৩)৮ ৬১৩৪ ৫২(১ ১৭১৫
        ৭ ৩৫২৪|৩
        ১ ২৬১০|২২
          ৭৩৫২|৪৩
          ৫২৫৭ ৭৯০
          ৫১৪৬|০৬১
           ১১১|০০৯০
            ৭৩|৫২৪৩
            ৩৭|৫৬৪৭০
            ৩৬|৭৬২১৫
```

(২) উদাহবণ। ·১৬কে ·৩ দিয়া ভাগ কব।

সংক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া।

```
·৩৩৩)·১৬৬৬(·৫
      ১৬৬৬
```

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

$$·১৬ = \frac{১৬-১}{৯০} = \frac{১৫}{৯০} = \frac{১}{৬},$$

$$·৩ = \frac{৩}{৯} = \frac{১}{৩},$$

ভাগফল $= \frac{১}{৬} - \frac{১}{৩} = \frac{১}{৬} \times \frac{৩}{১} = \frac{১}{২} = ·৫$।

১০৬। দশমিক ভগ্নাংশের সংক্ষিপ্ত প্রক্রিয়াতে ১০২ হইতে ১০৫ ধারার নিয়ম অবলম্বনীয়। কিন্তু পৌনঃপুনিক দশমিকের গুণন ও ভাগ প্রক্রিয়া

দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া নিষ্পন্ন করাই অনেক স্থলে সহজ।

যথা, ১০৪ ও ১০৫ ধারার (২) উদাহরণ।

১০৭। সামান্য ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশ প্রয়োগের সুবিধা অসুবিধা।

১ম। **সামান্য ভগ্নাংশ।**

(১) সামান্য ভগ্নাংশই তাহার দশমিক প্রতিরূপ অপেক্ষা অধিকতর সহজে মনে আইসে। $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৪}$, $\frac{১}{৮}$ প্রভৃতি যত সহজে মনে আইসে, ৫, ৩, ·২৫, ·২ কখনই তত সহজে মনে আইসে না।

(২) সকল ভগ্নাংশই সামান্য ভগ্নাংশের আকারে অঙ্ক দ্বারা যেরূপ সহজে লিখা যায়, দশমিকের আকারে সকল স্থলে সেরূপ সহজে লিখা যায় না। একের দুই, তিন, চার, সাত প্রভৃতি ভাগের এক ভাগ, সামান্য ভগ্নাংশের আকারে সঙ্ক্ষেপে $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৪}$, $\frac{১}{৭}$ ইত্যাদি রূপে লিখা যায়। কিন্তু তাহাদের দশমিক ভগ্নাংশের আকার ৫, ৩, ২৫, ১৪২৮৫৭ তত সঙ্ক্ষিপ্ত নহে।

(৩) কিন্তু সামান্য ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণন, ভাগ প্রক্রিয়া দশমিকের প্রক্রিয়ার ন্যায় সহজ নহে।

২য়। **দশমিক ভগ্নাংশ।**

(১) দশমিক ভগ্নাংশ লিখন প্রণালী অখণ্ড সংখ্যার সাধারণ লিখন প্রণালীর এক প্রকার প্রসার, সুতরাং দশমিক ভগ্নাংশ প্রয়োগ দ্বারা অখণ্ড রাশি ও খণ্ড রাশি একই প্রণালীতে লিখা যায়।

(২) দশমিক ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগাদি প্রক্রিয়া অখণ্ড রাশির ঐ ঐ প্রক্রিয়ার নিয়মানুসারে চলে, কেবল প্রক্রিয়ার ফলে দশমিক বিন্দু স্থাপন নিমিত্ত বিশেষ নিয়মের প্রয়োজন। আর সে নিয়ম অতি সহজ।

(৩) কিন্তু পৌনঃপুনিকের গুণন ও ভাগ দশমিক আকারে সহজ নহে।

(৪) দশমিক ভগ্নাংশের প্রয়োগ অনেক স্থলে নিতান্ত প্রয়োজনীয়। গণিতের উচ্চাংশ পাঠ কালে শিক্ষার্থী তাহা দেখিতে পাইবেন। এবং পাটীগণিতেই মূলাকর্ষণ অধ্যায়ে তাহার দৃষ্টান্ত পাইবেন।

নিম্নের ১০৮ ধারার উদাহরণটিও তাহার একটি দৃষ্টান্ত স্থল।

১০৮। দশমিকের আসন্ন প্রক্রিয়ার নিয়ম অবলম্বনে অনেক স্থলে অসীম অঙ্ক শ্রেণির মূল্য যতদূর ইচ্ছা প্রায় ঠিক নির্ণয় করা যাইতে পারে।

উদাহরণ। নিম্নের অঙ্ক শ্রেণির মূল্য দশমিক ৫ ঘর পর্য্যন্ত যথা সম্ভব ঠিকরূপে নির্ণয় কর—

$$১+\frac{১}{১}+\frac{১}{১×২}+\frac{১}{১×২×৩}+\frac{১}{১×২×৩×৪}+\frac{১}{১×২×৩×৪×৫}+\text{ইত্যাদি।}$$

এই অসীম অঙ্ক শ্রেণির ঠিক মূল্য নির্ণয় করা যায় না। তবে দশমিকের যত ঘর পর্য্যন্ত ইচ্ছা তত ঘর পর্য্যন্ত ঠিক মূল্য নির্ণয় করা যাইতে পারে। এবং তাহার কারণ নিম্নের প্রক্রিয়া দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

$$১ = ১$$
$$\frac{১}{১} = ১$$
$$\frac{১}{১×২} = ৫$$
$$\frac{১}{১×২×৩} = ১৬৬৬৬৬৬$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪} = ০৪১৬৬৬৬$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫} = ·০০৮৩৩৩৩$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫×৬} = ·০০১৩৮৮৮$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫×৬×৭} = ০০০১৯৮৪$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫×৬×৭×৮} = ০০০০২৪৮$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫×৬×৭×৮×৯} = ০০০০০২৭$$
$$\frac{১}{১×২×৩×৪×৫×৬×৭×৮×৯×১০} = ০০০০০০২$$

ইত্যাদি = ইত্যাদি

যোগফল— $= ২ ৭১৮২৮১৪$

ঐ দশমিক ৫ ঘর পর্য্যন্ত $= ২ ৭১৮২৮$।

আর অধিকদূর যাইবার প্রয়োজন নাই, কারণ পরবর্ত্তী প্রত্যেক ভগ্নাংশের দশমিক আকারের প্রথম ৭ ঘর ০, এবং তাহা লইলে যোগফলের প্রথম ৫ ঘরের অঙ্কের পরিবর্ত্তন হইবে না।

১৯। উদাহরণমালা।

নিম্নের প্রক্রিয়াগুলির ফল দশমিকের ৫ ঘর পর্য্যন্ত যথা সম্ভব শুদ্ধরূপে নির্ণয় কর—

১। ১২·৩৪৫৬৭৮৯+২৩ ৪৫৬৭৮৯১+৩৪·৫৬৭৮৯১২।

২। ৩ ৩+১·৫৭+১·৫২৪৭+০০২।

৩। ১২·৩৫৫৬৭৮৯—৯ ৮৭৬৫৪৩২১।

৪। ১২ ৩৪৫—·০২৭+৭২—·১২৩।

৫। ৫ ১৯১৫২৯২৫×৩৯ ৩৫৪৯৪৫।

৬। ২·২৭× ১১, ১৫× ২১।

৭। ১২৩৪·৫৬৭৮৯÷৯৮৭ ৬৫৪৩২১।

৮। ৩—৬, ৬—৩, ·১৬—৯, ১৫— ১।

২০। বিবিধ প্রশ্নমালা।

১। নিম্নলিখিত জটিল রাশিগুলিকে সরল কর।

(১) $\frac{১}{৫} + \frac{০২ \times ·৮}{\frac{১}{২} - ·৩} + \frac{৩\frac{৩}{৪}}{·৩}$।

(২) $\frac{১৯৫·০০৩৫ \times ১০^{৫}}{১০^{৩}} - ·০৫ - ১০^{৩} + ২৫ \times ১০^{৬}$।

(৩) $\frac{১}{২} + \frac{৩}{৪} \times ·২৬৪ \times ০৫ + ·৬২৫ - \frac{১}{২} - ০০০১$।

(৪) $\frac{২ \times ·২৫ - \frac{৩}{৪} \times ·১৬}{১·৯}$।

(৫) $·৩ + ·৩৮ - ·০২\dot{৭} + ৭ ৮ - ২·৫$।

২। $\frac{১}{২}+\frac{১}{৩}+\frac{১}{৪}+\frac{১}{৫}+\frac{১}{৬}+\frac{১}{৭}+\frac{১}{৮}+\frac{১}{৯}$ এই যোগফল দশমিকের ৫ ঘর পর্য্যন্ত শুদ্ধরূপে কত?

৩। $\frac{১}{২}+\frac{১}{৬}+$ ৪ + ·৫ ইহাতে কি দশমিক ভগ্নাংশ যোগ করিলে যোগফল ৬ হইবে?

৪। ১২৩৪ + ১·২৩৪ + ১২·৩৪ + ১২৩·৪ এবং

১২৩৪ + ১২৩৪ + ১২৩৪ + ১২৩৪

এই দুইটি যোগফলের বিয়োগফল কত?

৫। ১০০০ − ·০০০১ + ১·০০০ − ১০০০০০ ইহার ফল কত?

৬। কোন রাশিকে ১০০০ দিয়া গুণ করিলে গুণফলে ২ ঘর দশমিক থাকে। সে রাশিতে কত ঘর দশমিক ছিল?

৭। $\frac{২}{৭}$কে দশমিক ভগ্নাংশে পরিবর্ত্তিত কর।

৮। $\frac{১৫}{৬৮}$ সসীম দশমিকে পরিবর্ত্তিত হইতে পারে কি না তাহা নির্ণয় কর।

৯। ৩·১৪১৬ এই রাশিটি $\frac{২২}{৭}$ ও $\frac{৩৫৫}{১১৩}$ এই দুই রাশির মাঝামাঝি ইহা দেখাও।

১০। নিম্নের অঙ্ক শ্রেণির মূল্য দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত শুদ্ধরূপে নির্ণয় কর—

$$৪ \times \left\{\frac{১}{৫}-\frac{১}{৩\times ৫^{৩}}+\frac{১}{৫\times ৫^{৫}}-\frac{১}{৭\times ৫^{৭}}+ \text{ইত্যাদি}\right\}$$

$$-\left\{\frac{১}{২৩৯}-\frac{১}{৩\times ২৩৯^{৩}}+\frac{১}{৫\times ২৩৯^{৫}}-\frac{১}{৭\times ২৩৯^{৭}}+\right\} \text{ইত্যাদি।}$$

তৃতীয় অধ্যায়।

অবচ্ছিন্ন অখণ্ডরাশি সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন রাশির বিভাগক্রমাবলী ও লিখনপ্রণালী।

১০৯। সংসারে গণনা প্রায়ই অবচ্ছিন্ন রাশি সম্বন্ধে হইয়া থাকে। তবে গণনা প্রক্রিয়া বুঝিবার সুবিধার নিমিত্ত পূর্ব্ব দুই অধ্যায়ে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার আলোচনা করা গিয়াছে।

যে যে প্রকার অবচ্ছিন্ন রাশির প্রয়োগ সচরাচর দেখা যায় তাহা,

(১) মুদ্রা,
(২) ওজন (স্থূল ও সূক্ষ্ম),
(৩) মাপ (তরল ও শুষ্ক),
(৪) মাপ (দৈর্ঘ্য, বর্গ, ও ঘন),
(৫) মাপ (কৌণিক),
(৬) কাল,

এই ছয়টি বিষয়ের সম্বন্ধীয়।

প্রত্যেক প্রকার রাশি সম্বন্ধে এক একটি বিশেষ পরিমাণ সেই রাশির মূল এক বলিয়া গৃহীত হইয়া থাকে। এবং সেই একের সমষ্টি বা অংশ জ্ঞাপক সংখ্যা দ্বারা সর্ব্বত্র রাশির পরিমাণ নিরূপিত ও প্রকাশিত হয়।

যথা, ১ টাকা বা ১ সভারেন মুদ্রা সম্বন্ধে মূল এক বলিয়া গৃহীত, এবং কোন বিশেষ স্থলে মুদ্রার পরিমাণ নিরূপণ বা প্রকাশ করিতে হইলে, তাহা ৪ টাকা কি ৭ টাকা কি অর্দ্ধ টাকা কি ১০ সভারেন বলিয়া নিরূপণ বা প্রকাশ করা যায়। ওজনে মূল এক ১ সের বা ১ পাউণ্ড সচরাচর গৃহীত, এবং কোন বস্তুর ওজন কত জানিতে হইলে, তাহা এত সের কি এত পাউণ্ড বলিয়া প্রকাশ করা যায়।

ভগ্নাংশ পরিহার করিবার নিমিত্ত প্রত্যেক প্রকার মূল এককে ক্রমান্বয়ে ভিন্ন ভিন্ন ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে।

যথা টাকাকে আনা ও পয়সায়, সভারেনকে শিলিং ও পেনিতে, সেরকে পোয়া ছটাক আদিতে, ও পাউণ্ডকে আউন্স পেনিওয়েট্ ও গ্রেনে, বিভক্ত করা হইয়াছে। এবং টাকার চতুর্থাংশ ৪ আনা, সভারেনের পঞ্চমাংশ ৪ শিলিং, সেরের দশমাংশ ৮ তোলা, বলা যায়।

উক্ত ছয় প্রকার অবচ্ছিন্ন রাশির বিভাগক্রমাবলী, ও সঙ্গে সঙ্গে তাহাদের দক্ষিণে প্রত্যেকের সংক্ষেপে লিখনপ্রণালী, নিম্নে লিখিত হইতেছে।

১১০। মুদ্রা বিভাগ ক্রমাবলী।

(১) বাঙ্গালার মুদ্রা।

১২ পাইতে বা ৪ পয়সায় (.৫)	১ আনা	১ আঃ বা .
১৬ আনায়	১ টাকা	১৲
১৫ টাকায়	১ সভারেন	১ সভাঃ।

এই বিভাগ ক্রমাবলীতে দেখা যাইতেছে ১ টাকাকে ২, ৩, ৪, ৬, ও ৮ ভাগে ভাগ করিবার সুবিধা আছে। যথা,

১ টাকার $\frac{১}{২}$=৮ আনা, $\frac{১}{৪}$=৪ আনা, $\frac{১}{৮}$=২ আনা, $\frac{১}{৩}$=৫ আনা ৪ পাই, $\frac{১}{৬}$=২ আনা ৮ পাই।

১ টাকা ৫ ভাগে ভাগ করিবার সুবিধা নাই। পূর্ব্বে ২০ গণ্ডা কড়িতে ১ আনা হইত, এবং সে হিসাবে টাকার $\frac{১}{৫}$=৩ আনা ৪ গণ্ডা ছিল। কিন্তু কড়ি এখন প্রচলিত নাই, তবে পূর্ব্ব প্রথা অনুসারে ১ পয়সা এখনও ৫ গণ্ডা বলিয়া লিখিত হয়।

টাকার অংশ লিখন প্রণালী সম্বন্ধে স্মরণ রাখিবার যোগ্য দুই একটি কথা আছে।

১ টাকার চতুর্থাংশের ১ অংশের চিহ্ন।০,
১ টাকার চতুর্থাংশের ২ অংশের চিহ্ন ॥০,
১ টাকার চতুর্থাংশের ৩ অংশের চিহ্ন ৸০.

১ টাকাব চতুর্থাংশেব চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশের ১ অংশের চিহ্ন /০,
১ টাকাব চতুর্থাংশেব চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশেব ২ অংশের চিহ্ন ৵০,
১ টাকাব চতুর্থাংশেব চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশেব ৩ অংশেব চিহ্ন ৶০।

পবে ক্রমশঃ দেখা যাইবে, শেষোক্ত চিহ্নগুলি কেবল টাকাব অংশ জ্ঞাপক নহে, অন্যান্য অবচ্ছিন্ন বাশিব ও ঐ ঐ অংশেব চিহ্ন স্বরূপ ব্যবহৃত হয়।

যথা, ১ সেবেব ১/৪ বা ১ পোয়াব চিহ্ন ।০, ২/৪ বা ২ পোয়াব চিহ্ন ॥০,
৩/৪ বা ৩ পোয়াব চিহ্ন ৷৷০, ১/১৬ বা ১ ছটাকেব চিহ্ন /০,
২/১৬ বা দুই ছটাকেব চিহ্ন ৵০, ৩/১৬ বা ৩ ছটাকেব চিহ্ন ৶০।

সাধাবণতঃ, মূল একেব ১/৪ এব চিহ্ন ।০ (এক সোজা বেখা),
২/৪ এব চিহ্ন ॥০ (দুই সোজা বেখা),
৩/৪ এব চিহ্ন ৷৷০ (তিন সোজা বেখা),
১/১৬ এব চিহ্ন /০ (এক বাঁকা বেখা),
২/১৬ এব চিহ্ন ৵০ (দুই বাকা বেখা),
৩/১৬ এব চিহ্ন ৶০ (তিন বাঁকা বেখা)।

(২) ইংলণ্ডের মুদ্রা।

৪ ফার্দিং এ	১ পেনি	১ পেঃ,
১২ পেনিতে	১ শিলিং	১ শিঃ,
২০ শিলিং এ	১ পাউণ্ড বা সভাবেন	১ পাঃ।

এই ক্রমাবলীতে দেখা যাইতেছে ১ পাউণ্ড বা সভারেনকে ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ও ৮ ভাগে সহজেই ভাগ কবা যায়।

যথা, ১ পাউণ্ডেব ১/২ = ১০ শিলিং,　　১/৩ = ৬ শিলিং ৮ পেঃ,
১/৪ = ৫ শিঃ,　　১/৬ = ৩ শিঃ ৪ পেঃ,
১/৫ = ৪ শিঃ,　　১/৮ = ২ শিঃ ৬ পেঃ।

ইংলণ্ডেব ও বাঙ্গালাব মুদ্রার তুলনা,
১ পাউণ্ড বা সভাবেন = ১৫ টাকা।

১১১। ওজন বিভাগ ক্রমাবলী।

(১) বাঙ্গালার ওজন।

(ক) স্থূল ওজন।

৫ শিকি তোলায়	১ কাঁচ্চা	১ কাঃ,
৪ কাঁচ্চা বা ৫ তোলায়	১ ছটাক	১ ছঃ ৴৹,
৪ ছটাকে	১ পোয়া	১ পোঃ বা।৹,
৪ পোয়াতে (৮০ তোলায়)	১ সের	১ সেঃ বা ৴১,
৫ সেরে	১ পসুরি	১ পঃ ৵৹,
৮ পসুরি বা ৪০ সেরে	১ মণ	১ মঃ ১৴।

(খ) সূক্ষ্ম ওজন।

৮ রতিতে	১ মাসা	১ মাঃ,
১২ মাসাতে	১ তোলা	১ তোঃ,
৮০ তোলায়	১ সের।	

(২) ইংলণ্ডের ওজন।

(ক) স্থূল ওজন।

১৬ ড্রামে (ড্র)	১ আউন্স	১ আঃ,
১৬ আউন্সে	১ পাউণ্ড	১ পাঃ,
২৮ পাউণ্ডে	১ কোয়াটার	১ কোঃ,
৪ কোয়াটরে	১ হান্দর	১ হাঃ,
২০ হান্দরে	১ টন্	১ টঃ।

(খ) সূক্ষ্ম ওজন।

২৪ গ্রেনে (গ্রেঃ)	১ পেনিওয়েট্	১ পেঃ ওঃ,
২০ পেনিওয়েটে	১ আউন্স	১ আঃ,
১২ আউন্সে	১ পাউণ্ড	১ পাঃ।

(গ) চিকিৎসকেব ওজন।

২০ গ্রেনে	১ স্ক্রুপল	১ Э,
৩ স্ক্রুপলে	১ ড্রাম্	১ ʒ,
৮ ড্রামে	১ আউন্স	১ ℥।

স্থূল ওজনেব আউন্স ও পাউণ্ড, এবং সূক্ষ্ম ওজনেব আউন্স ও পাউণ্ড বিভিন্ন। তাহাদেব তুলনাব নিমিত্ত মনে বাখিতে হইবে,

সূক্ষ্ম ওজনেব ১ পাউণ্ড = ৫৭৬০ গ্রেন,
এবং স্থূল ওজনেব ১ পাউণ্ড = ৭০০০ গ্রেন,
চিকিৎসকেব সূক্ষ্ম ওজনেব ১ আউন্স = ৪৮০ গ্রেন।

ইংলণ্ডেব ও বাঙ্গালাব ওজনেব তুলনাব নিমিত্ত মনে বাখিতে হইবে,

১ তোলা = ১৮০ গ্রেন।
১ সেব = ৮০ তোলা = ১৪৪০০ গ্রেন।
= ২ পাউণ্ড (স্থূল ওজনেব) + ৪০০ গ্রেন।
= ২ পাউণ্ড প্রায়।

১১২। তরল ও শুষ্ক মাপের ক্রমাবলী।

(১) বাঙ্গালার মাপ।

বাঙ্গালাব তবল মাপেব ক্রমাবলী ঠিক স্থূল ওজনেব ক্রমাবলীব ন্যায়। অতএব তাহা পৃথক্‌রূপে দেওয়া অনাবশ্যক।

শুষ্কমাপেব ক্রমাবলী।

৫ ছটাকে	১ কুনকে,
৪ কুন্‌কেতে	১ বেক্ (৫ পোয়া),
৪ বেকে	১ পালি (৫ সের),
২০ পালিতে	১ শলি,
১৬ শলিতে	১ কাহন (৪০ মণ)।

(২) ইংলণ্ডের মাপ।

(ক) তরল মাপ।

২ পাইণ্টে — ১ কোয়ার্ট,
৪ কোয়ার্টে — ১ গ্যালন,
৩৬ গ্যালনে — ১ বারেল।

(খ) শুষ্ক মাপ।

৪ কোয়ার্টে — ১ গ্যালন,
২ গ্যালনে — ১ পেক,
৪ পেকে — ১ বুষেল।

১১৩। দৈর্ঘ্য, বর্গ, ও ঘন মাপের ক্রমাবলী।

(১) বাঙ্গালার মাপ।

(ক) দৈর্ঘ্য মাপ।

৩ যবে — ১ অঙ্গুলি,
৪ অঙ্গুলিতে — ১ মুঠি,
মুঠিতে ত — ১ বিঘত,
২ বিঘতে — ১ হাত,
৪ হাতে — ১ ধনু,
২০০০ ধনুতে বা
৮০০০ হাতে — ১ ক্রোশ,
৪ ক্রোশে — ১ যোজন।

---

৪ হাতে — ১ কাঠা,
২০ কাঠায় বা
৮০ হাতে — ১ বিঘা বা রসি।

(খ) বর্গ মাপ।

১ বর্গ হাতে	(১ হাত দীর্ঘে	১ হাত প্রস্থে)	১ গণ্ডা,
২০ গণ্ডায় বা	৫ হাত দীর্ঘে	৪ হাত প্রস্থে	১ ছটাক,
১৬ ছটাকে বা	৮০ হাত দীর্ঘে	৪ হাত প্রস্থে	১ কাঠা,
২০ কাঠায় বা	৮০ হাত দীর্ঘ	৮০ হাত প্রস্থে	১ বিঘা।

বিশেষ দ্রষ্টব্য।

১ বর্গ হাত=১ হাত দীর্ঘে ১ হাত প্রস্থে,
১ বর্গ বিঘা=১ বিঘা দীর্ঘে ১ বিঘা প্রস্থে,
কিন্তু ১ বর্গ কাঠা=৮০ হাত বা ২০ কাঠা দীর্ঘে ও ১ কাঠা প্রস্থে।

(২) ইংলণ্ডের মাপ।

(ক) দৈর্ঘ্য মাপ।

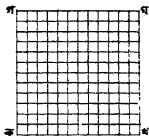
১২ ইঞ্চে	১ ফুট,
৩ ফুটে	১ গজ,
৫½ গজে	১ পোল,
৪০ পোলে	১ ফারলং,
৮ ফারলংএ	১ মাইল (=১৭৬০ গজ)।

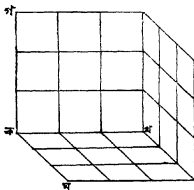
(খ) বর্গ মাপ।

১৪৪ বর্গ ইঞ্চে	১ বর্গ ফুট,
৯ বর্গ ফুটে	১ বর্গ গজ,
৩০¼ বর্গ গজে	১ বর্গ পোল,
৪০ বর্গ পোলে	১ রুড্,
৪ রুডে	১ একর।

এইখানে মনে রাখিতে হইবে, যদি ১২ ইঞ্চ দৈর্ঘ্যে ১ ফুট দৈর্ঘ্য হয়, তাহা হইলে ১ বর্গ ফুটে ঠিক ১৪৪ বর্গ ইঞ্চ অবশ্যই থাকিবে, তাহার কমও নহে তাহার বেশিও নহে। ইহা পরবর্ত্তি চিত্রটি দেখিলেই স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

এই চিত্রে ক খ এবং ক গ যদি এক এক ফুট হয়, তবে ক খ = ১২ ইঞ্চ, এবং ক গ = ১২ ইঞ্চ। এবং অঙ্কিত মত রেখা টানিলে ক খ ঘ গ চতুষ্কোণ ক্ষেত্রে ১২টি সারি থাকিবে, ও প্রত্যেক সারিতে ১২টি ক্ষুদ্র চতুষ্কোণ ক্ষেত্র অর্থাৎ বর্গ ইঞ্চ থাকিবে। সুতরাং সমস্ত ক্ষেত্রে ১২ × ১২ = ১৪৪ বর্গ ইঞ্চ থাকিবে।

১ একার = ৪রুড = ৪ × ৪০ বর্গ পোল
= ৪ × ৪০ × ৩০$\frac{১}{৪}$ বর্গ গজ
= ৪৮৪০ বর্গ গজ।

(গ) ঘন মাপ।

১৭২৮ ঘন ইঞ্চে (১২ × ১২ × ১২) ১ ঘন ফুট,
২৭ ঘন ফুটে ১ ঘন গজ।

এই ক্রমাবলীর হেতু পার্শ্বের চিত্র দৃষ্টে বুঝা যাইবে। মনে কর ক খ = ক গ = ক ঘ = ১ গজ, এবং প্রত্যেক রেখাকে ৩ ভাগে বিভক্ত করিয়া রেখা টান। তাহা হইলে এই ঘন গজের প্রত্যেক দিকই ৩ × ৩টি করিয়া বর্গ ফুটে বিভক্ত হইবে, এবং ঘন গজটি ৩ × ৩ × ৩ বা ২৭ ঘন ফুটে বিভক্ত হইবে।

১১৪। **কৌণিক মাপের ক্রমাবলী।**

৬০ সেকেণ্ডে (″)	১ মিনিট ১′
৬০ মিনিটে	১ ডিগ্রি ১°
৯০ ডিগ্রিতে	১ সম কোণ।

১১৫। **কাল মাপের ক্রমাবলী।**

(১) বাঙ্গালার মাপ।

৬০ অনুপলে	১ বিপল
৬০ বিপলে	১ পল
৬০ পলে	১ দণ্ড
৭½ দণ্ডে	১ প্রহর
৮ প্রহর বা	
৬০ দণ্ডে	১ দিন
৭ দিনে	১ সপ্তাহ
১৫ দিনে	১ পক্ষ
২ পক্ষে	১ মাস
২ মাসে	১ ঋতু
৬ ঋতুতে	১ বৎসর
১২ বৎসরে	১ যুগ।

প্রকৃত পক্ষে মাসের পরিমাণ ৩০ দিন নহে, এবং বৎসরের পরিমাণ ৩৬০ দিন নহে। বৎসরের প্রকৃত পরিমাণ ৩৬৫.২৪২২১৯ দিন। আর প্রতি মাসের পরিমাণ, রাশি চক্রের মেষাদি দ্বাদশ রাশির এক এক রাশিতে দৃশ্যতঃ সূর্য্যের, এবং বস্তুতঃ তদ্বিপরীত রাশিতে পৃথিবীর, অবস্থিতি কাল। গণনা করিয়া দেখা গিয়াছে, সেই অবস্থিতি কাল অর্থাৎ মাসের পরিমাণ, কোন কোন মাসে ৩১ দিন ও ১ দিনের কিঞ্চিৎ অংশ, কোন কোন মাসে ৩০ দিন ও ১ দিনের কিঞ্চিৎ অংশ, এবং কোন কোন মাসে ২৯ দিন ও ১ দিনের কিঞ্চিৎ অংশ। এইরূপ পরিমাণ অনুসারে ঠিক চলিলে, মাসের শেষ দিনের কিঞ্চিৎকাল পর্য্যন্ত সেই মাস বলিতে হইবে, ও তাহার পরক্ষণেই তাহার

পরবর্ত্তী মাস বলিতে হইবে। কিন্তু তাহাতে বড় অসুবিধা হয়, এই জন্ম ব্যবহারে প্রত্যেক মাসের আংশিক শেষ দিন সম্পূর্ণ সেই মাসের দিন বলিয়া গণ্য করা যায়। এবং তাহাতেই কখন পরবর্ত্তী মাসের এক দিন কমিয়া যায়, কখনও নাও যায়, কারণ শেষ আংশিক দিনের পরিমাণ সকল মাসের সমান নহে। আর এই জন্যই বাঙ্গালা হিসাবে মাসের দিনের কমিবেশি হয়। এক বৎসর সামান্যতঃ ৩৬৫ দিনে ধরা যায়।

(২) **ইংলণ্ডের মাপ।**

৬০ সেকেণ্ডে (″)	১ মিনিট ১′
৬০ মিনিটে	১ ঘণ্টা ১ঘঃ
২৪ ঘণ্টায়	১ দিন

ইংরাজি মাসের দিন সংখ্যা এক প্রকার নির্দ্দিষ্ট আছে। যথা,

এপ্রেল, জুন, সেপ্টেম্বর ও নভেম্বর ৩০ দিন,
ফেব্রুয়ারিতে ২৮ দিন,
এবং অপর সাত মাসের প্রত্যেকেই ৩১ দিন।
এই হিসাবে বৎসরে ৩৬৫ দিন হয়।

কিন্তু বৎসরের প্রকৃত পরিমাণ, অর্থাৎ দৃশ্যতঃ সূর্য্যের অথবা বস্তুতঃ পৃথিবীর রাশি চক্রের এক স্থান হইতে গমন আরম্ভ হইয়া তথায় প্রত্যাগমনের কালের প্রকৃত পরিমাণ, ৩৬৫.২৪২২১৯ দিন অর্থাৎ প্রায় ৩৬৫$\frac{১}{৪}$ দিন। সুতরাং ৩৬৫ দিনে বৎসর গণনা করিলে চারি বৎসরে প্রায় এক দিন কম হয়। এই ন্যূনতা পূরণার্থে প্রতি চতুর্থ বৎসরে ফেব্রুয়ারি মাসের এক দিন অধিক ধরিয়া ঐ মাসে ২৯ দিন ধরা হয়। কিন্তু তাহাতে আবার কিঞ্চিৎ অতিরিক্ত পরিমাণ লওয়া হইল। এবং তাহার ফল যদিও এক বৎসরে ধর্ত্তব্য নহে, অর্থাৎ ৩৬৫.২৫—৩৬৫.২৪২২১৯ = .০০৭৭৮১ দিন মাত্র, কিন্তু ৪০০ বৎসরে তাহা .০০৭৭৮১ × ৪০০ = ৩.১১২৪ দিন অর্থাৎ ৩ দিনের কিঞ্চিৎ অধিক। এই আধিক্য সংশোধনার্থে ৪০০ বৎসরে তিনবার পূর্ব্বোক্ত হিসাবে ফেব্রুয়ারির যে অতিরিক্ত এক দিন গৃহীত হইবার কথা তাহা বাদ দেওয়া যায়।

যথা, খৃষ্টাব্দের ২০০০ শাকে ফেব্রুয়ারির ২৯ দিন ধৃত হইবে। কিন্তু ২১০০, ২২০০, ২৩০০ এই তিন শাকে যদিও প্রতি চতুর্থ বৎসরে এক দিন অধিক ধরিবার হিসাবে ফেব্রুয়ারির ২৯ দিন হয়, তথাপি ঐ ঐ শাকে ঐ মাসের ২৮ দিন মাত্র ধৃত হইবে, এবং ২৪০০ শাকে আবার ২৯ দিন ধৃত হইবে।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

লঘূকরণ।

১১৬। এক জাতীয় এক শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশিকে অপর শ্রেণির রাশিতে পরিবর্তন করার নাম **লঘূকরণ**।

লঘূকরণ দ্বিবিধ, নিম্নগ ও ঊর্দ্ধগ।

উচ্চ শ্রেণির রাশিকে নিম্ন শ্রেণিতে আনাকে নিম্নগ, এবং নিম্ন শ্রেণির রাশিকে উচ্চ শ্রেণিতে আনাকে উদ্ধগ, লঘূকরণ বলা যায়।

যথা, ৮৮/০ আট টাকা তের আনাকে পয়সায় আনা নিম্নগ লঘূকরণ, এবং ১০০০০ ফুটকে মাইলে আনা ঊর্দ্ধগ লঘূকরণ।

১১৭। লঘূকরণের নিয়ম।

(১) উচ্চ শ্রেণির রাশিকে নিম্ন শ্রেণিতে আনিতে হইলে, নির্দ্দিষ্ট রাশির সর্ব্বোচ্চ শ্রেণির একটি এককে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা সেই সর্ব্বোচ্চ শ্রেণির রাশিকে গুণ কর, এবং গুণফলে সেই অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যে রাশি থাকে তাহা যোগ কর। এই যোগফল যে শ্রেণির রাশি তাহার একটি এককে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা যোগফলকে গুণ কর, এবং গুণফলে শেষোক্ত নিম্ন শ্রেণির রাশি যোগ কর। এইরূপে শেষ পর্য্যন্ত গিয়া শেষ যোগফল যাহা পাইবে তাহাই লঘূকরণের ফল।

(২) নিম্ন শ্রেণির রাশিকে উচ্চ শ্রেণিতে আনিতে হইলে, সেই শ্রেণির যতগুলি একক তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা সেই রাশিকে ভাগ কর, ভাগফল সেই অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির রাশি হইবে, এবং ভাগশেষ থাকিলে তাহা তদতিরিক্ত নিম্ন শ্রেণির রাশি হইবে। ভাগফলকে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে ভাগফলের শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ কর। এইরূপে শেষ পর্য্যন্ত চলিবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ৮৸৴০ কে পয়সায় আন।

```
 ৮৸৴০
১৬
―――――
১২৮+১৩=১৪১
          ৪
        ―――
        ৫৬৪
```

৮ টাকায় ৮×১৬=১২৮ আনা। তাহাতে ৸৴০ আনা যোগ করিলে (১২৮+১৩) আনা অর্থাৎ ১৪১ আনা হয়। ঐ ১৪১ আনাতে ১৪১×৪=৫৬৪ পয়সা হয়।

উদাহরণ (২)। ১০০০০ ফুটকে মাইলে আন।

```
       ৩|১০০০০
        ―――――
১৭৬০|৩৩৩৩—১ ফুট
      ―――――
      ১ মাইল—১৫৭৩ গজ
```

১০০০০ ফুটে ১০০০০—৩ গজ অর্থাৎ ৩৩৩৩ গজ ও ১ ফুট, এবং ৩৩৩৩ গজে ৩৩৩৩—১৭৬০ মাইল অর্থাৎ ১ মাইল ও ১৫৭৩ গজ।

১০০০০ ফুট=১ মাইল ১৫৭০ গজ ১ ফুট।

২১। উদাহরণমালা।

১। ১২৸/৪ পাইকে পাইতে, ও ১০০০ পাইকে টাকায় আন।

২। ২১ পাউণ্ড ২ শিলিং ৩ পেনিকে পেনিতে, ও ৫০০ পেনিকে পাউণ্ডে আন।

৩। ১ পাউণ্ড ২ আউন্স ৩ পেনিওয়েটকে গ্রেনে, ও ১২৩৪ গ্রেনকে আউন্সে আন।

৪। ৩১৸২৶০ একত্রিশ মণ বাত্রিশসের তিন ছটাককে কাচ্চায়, ও ১০০০ তোলাকে সেরে আন।

৫। এক বৎসরে কত মিনিট, এবং ১০০০০ পলে কত দিন আছে?

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

মিশ্রযোগ।

১১৮। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশির যোগ করণকে **মিশ্রযোগ** বলে।

১১৯। **মিশ্রযোগের নিয়ম।** যোজ্যগুলি একটির নীচে অপরটি এমনভাবে লিখ যাহাতে প্রত্যেক সম শ্রেণির রাশিগুলি এক সারিতে থাকে। তাহার পর নিম্নতম শ্রেণির রাশিগুলিকে যোগ করিয়া যোগফল সেই শ্রেণির যতগুলি একক তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে থাকে তদ্দ্বারা ভাগ কর। ভাগশেষ থাকিলে তাহা সেই শ্রেণির নিম্নে লিখ, ও ভাগফল তাহার ঠিক উপরের শ্রেণির রাশির সহিত যোগ কর। তাহার পর সেই যোগফল তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির রাশিতে লইয়া যাও। এইরূপে শেষ পর্য্যন্ত গিয়া সম্পূর্ণ যোগফল পাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে

(১) উদাহরণ। ৩৬৬৸৵৩, ১৩৩॥৴৮, ১০২৬॥৶৬ যোগ কর।

```
 ৩৬৬৸৵৩
  ১৩৩॥৴৮
১০২৬॥৶৬
────────
 ১৫২৭। ৫
```

(৩+৮+৬) পাই=১৭ পাই=১ আনা ৫ পাই। তাহার ৫ পাই পাইএর ঘরে রাখিয়া, ১ আনা আনার ঘরে যোগ দেওয়া গেলে (১+১৩+৯+১১) আনা=৩৬ আনা=২ টাকা ৪ আনা হয়। তাহার ৪ আনা আনার ঘরে রাখিয়া, ২ টাকা অপর টাকায় যোগ দেওয়া গেলে (২+৬+৩+৬) টাকা=১৭ টাকা হয়।

তাহার ৭ টাকা এককের ঘরে রাখিয়া ১০ দশকের ঘরে লইয়া গিয়া অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশির যোগের নিয়মে অবশিষ্ট প্রক্রিয়া সমাপ্ত করা হইল।

•(২) উদাহরণ। ১২২ পাউণ্ড ৫ শিলিং ৬ পেন্স—
২৬০৫ „ ১২ „ ১১ „
৩০৭ „ ৯ „ ৫ „
যোগ কর।

পাউণ্ড,	শিলিং,	পেন্স,
১২২	৫	৬
২৬০৫	১২	১১
৩০৭	৯	৫
৩০৩৫	৭	১০

(৬+১১+৫) পেন্স = ২২ পেন্স শিলিং ১০ পেন্স,

তাহার ১০ পেন্স পেন্সের ঘরে রাখিয়া ১ শিলিং অপর শিলিংএর সঙ্গে যোগ দেওয়া গেল।

তাহাতে (১+৫+১২+৯) শিলিং = ২৭ শিলিং = ১ পাউণ্ড ৭ শিলিং হয়।

তাহার ৭ শিলিং শিলিংএর ঘরে রাখিয়া ১ পাউণ্ড অপর পাউণ্ডের সঙ্গে যোগ দেওয়া গেল।

তাহাতে (১+২+৫+৭) পাউণ্ড = ১৫ পাউণ্ড হয়।

তাহার ৫ পাউণ্ড এককের ঘরে রাখিয়া ১০ দশকের ঘরে লইয়া গিয়া অনবচ্ছিন্ন রাশির যোগের নিয়মে অবশিষ্ট প্রক্রিয়া সমাপ্ত করা গেল।

২২। উদাহরণমালা।

১। ১৩৫৫৫১০ পাই, ৫৫৬৫/১১ পাই, ৬৭৮৫/৯ পাই, ও ৭৮৯৫৫/৮ পাই যোগ কর।

২।

পাঃ	শিঃ	পেঃ	
২০	১৯	১১	
২১	১৮	১০$\frac{১}{২}$	
২২	১৭	৯	
২৩	১৬	৮$\frac{৩}{৪}$	যোগ কর।

৩। ৩২৫৩।/০ ছটাক, ৩৩৫৪॥/০ ছটাক, ৩৪৫৫॥/০ ছটাক, ও ৩৫৫৬৫/০ ছটাক যোগ কর।

৪।

৩ গজ	২ ফুট	৭ ইঞ্চ	
৭ গজ	১ ফুট	৮ ইঞ্চ	
৯ গজ	২ ফুট	১১ ইঞ্চ	
১১ গজ	০ ফুট	৫ ইঞ্চ	যোগ কর।

৫।

১৫ বিঘা	১৬ কাঠা	১৪ ছটাক,	
১৬ বিঘা	১৭ কাঠা	১৩ ছটাক,	
১৭ বিঘা	১৮ কাঠা	১২ ছটাক	যোগ কর।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

মিশ্র বিয়োগ।

১২০। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশির বিয়োগ করণকে **মিশ্র বিয়োগ** বলে।

১২১। **মিশ্র বিয়োগের নিয়ম।**

বিয়োজন রাশির নীচে বিয়োজ্য রাশিকে এমত ভাবে লিখ যাহাতে উভয়ের সম শ্রেণির রাশি একটির নীচে অপরটি থাকে। বিয়োজ্যের নিম্নতর শ্রেণির রাশি বিয়োজনের সেই শ্রেণির রাশি হইতে বাদ দিয়া যাহা বাকি থাকে তাহা সেই শ্রেণির নিম্নে লিখ। যদি বিয়োজনের সেই শ্রেণির রাশির পরিমাণ শূন্য অথবা বিয়োজ্যের রাশি অপেক্ষা ন্যূন হয়, তবে বিয়োজনের রাশিতে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে সেই শ্রেণির যতগুলি একক থাকে তাহা যোগ করিয়া বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন কর, এবং বিয়োগফল ঠিক রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্যেও তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির রাশিতে একটি এক যোগ কর। এইরূপে প্রত্যেক শ্রেণির উপর নীচের রাশিদ্বয়ের বিয়োগফল লিখিত হইলে সম্পূর্ণ বিয়োগফল পাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ৩৬৸৶৬ পাই হইতে ১৩৸৩ পাই বাদ দেও।

৩৬৸৶৬
১৩৸৩
―――――
২২৸৶৩

(৬—৩) পাই=৩ পাই, সেই ৩ পাই পাইএর ঘরে লিখিত হইল। ৯ আনা হইতে ১২ আনা বাদ দেওয়া যায় না, সেই জন্য তাহাতে ১ টাকা অর্থাৎ ১৬ আনা যোগ করিয়া (৯+১৬) আনা অর্থাৎ ২৫ আনা হইতে ১২ আনা বাদ দিয়া বাকি ১৩ আনা আনার ঘরে লিখিত হইল। এবং বিয়োগফল ঠিক রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্যের টাকার ঘরে এক টাকা যোগ করিয়া বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন হইল। এবং তাহাতেই

{৩৬—(১৩+১)}=৩৬—১৪=২২ টাকা টাকার ঘরে বসিল।

২৩। উদাহরণমালা।

১। ১০॥/৮ পাই হইতে ৭॥৯ পাই বাদ দেও।

২। ৮৮।৵৫ পাই হইতে ৭০।৶৮ পাই বাদ দেও।

৩। ২৬ পাউণ্ড ১৪ শিলিং ৩¼ পেন্স হইতে
১৫ পাউণ্ড ১৫ শিলিং ৬ পেন্স বাদ দেও।

৪। ২৯/৮ সের হইতে ১৭॥৮ সের বাদ দেও।

৫। ২২ ঘণ্টা ২′, ৫′ হইতে ৬ ঘণ্টা ৭′, ৪″ বাদ দেও।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

মিশ্র গুণন।

১২২। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশিকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা দ্বারা গুণ করার নাম **মিশ্র গুণন**।

স্মরণ রাখা আবশ্যক যে গুণ্য অবচ্ছিন্ন অথবা অনবচ্ছিন্ন রাশি হইতে পারে, কিন্তু গুণক অবশ্যই অনবচ্ছিন্ন রাশি হইবে। ৫ কে অথবা ৫ টাকাকে ৩ দিয়া গুণ করা যায়। তিন ৩ টাকা দিয়া গুণ করা যায় না, এবং ৩ টাকা দিয়া গুণ করার কোন অর্থ হয় না। কোন রাশিকে ৩ দিয়া গুণ করার অর্থ সেই রাশিকে ৩ বার লওয়া। ৩ টাকা দিয়া গুণ করার অর্থ ৩ টাকা বার লওয়া, কিন্তু শেষোক্ত কথার কোন অর্থ হয় না।

কোন কোন স্থলে আপাততঃ বোধ হইতে পারে, একটি অবচ্ছিন্ন রাশিকে আর একটি অবচ্ছিন্ন রাশি দ্বারা গুণ করা হইল, কিন্তু একটু বিবেচনা করিয়া দেখিলেই বুঝা যাইবে বস্তুতঃ তাহা নহে।

যথা, যদি ৩ টি বালকের প্রত্যেককে ৫ টাকা দেওয়া যায়, তাহা হইলে মোট ৩×৫ টাকা অর্থাৎ ১৫ টাকা দেওয়া গেল। কিন্তু এই ১৫ টাকা ৫ টাকাকে ৩ বালক দিয়া গুণ করার ফল নহে, ইহা ৫ টাকাকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৩ দিয়া গুণ করার ফল।

আর একটি স্থলেও একটি অবচ্ছিন্ন রাশিকে আর একটি অবচ্ছিন্ন রাশি দ্বারা গুণ করা হইল এরূপ সংশয় উপস্থিত হইতে পারে।

যথা, কোন ক্ষেত্র দৈর্ঘ্যে ১২ হাত ও প্রস্থে ১২ হাত হইলে তাহার পরিমাণ ১২ × ১২ অর্থাৎ ১৪৪ বর্গ হাত, এস্থলে আপাততঃ বোধ হইতে পারে ১২ হাত ১২ হাত দিয়া গুণ করা হইল। কিন্তু বস্তুতঃ তাহা নহে।

বস্তুতঃ এস্থলে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ১২কে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ১২ দিয়া গুণ করা হইল, এবং সেই গুণনের ফল যে সংখ্যা হইল তাহা, অর্থাৎ ১৪৪, ক্ষেত্রতত্ত্বের অলঙ্ঘ্য নিয়ম অনুসারে, ১২ হাত দীর্ঘে ১২ হাত প্রস্থে ক্ষেত্রের অন্তর্গত বর্গ হাতের সংখ্যা জ্ঞাপক হওয়াতে,

"১২ হাত × ১২ হাত = ১৪৪ বর্গ হাত" সংক্ষেপে এইরূপ বলা যায়।
(এ সম্বন্ধে ১১৩ ধারায় অঙ্কিত প্রথম ক্ষেত্র দ্রষ্টব্য)।

১২৩। মিশ্র গুণনের নিয়ম।

গুণ্যের নিম্নতম শ্রেণির রাশির নীচে গুণককে লিখ। তাহার পর সেই শ্রেণির রাশিকে গুণকের দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে লঘূকরণের দ্বিতীয় নিয়ম (১১৭ ধারা দ্রষ্টব্য) অনুসারে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণিতে লইয়া যাও, এবং সেই নিম্নতম শ্রেণির যে পরিমাণ রাশি অবশিষ্ট থাকে তাহা সেই শ্রেণিতে লিখ।

তদনন্তর গুণ্যের তৎপরের উচ্চ শ্রেণির রাশিকে গুণক দ্বারা গুণ করিয়া সেই গুণফলে পূর্ব্বোক্ত লঘূকরণের ফল যোগ করিয়া যে যোগফল হয় তাহাকে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণিতে লইয়া যাও, ও অবশিষ্ট যাহা থাকে সেই শ্রেণিতে লিখ। এইরূপে শেষ পর্য্যন্ত চলিলে সম্পূর্ণ গুণফল পাওয়া যাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ১৬৸৶৩ পাইকে ৭ দিয়া গুণ কর।

```
১৬৸৶ ৩
      ৭
--------
১১৮॥৵৯
```

কোন মিশ্র রাশিকে কোন সংখ্যা দিয়া গুণ করিতে হইলে সেই রাশির প্রত্যেক শ্রেণির সংখ্যাকে তদ্দ্বারা গুণ করিতে হইবে।

৩ পাইকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া ২১ পাই হয়, এবং ২১ পাই = ১ আনা ৯ পাই, অতএব পাইএর ঘরে ৯ পাই বসিল।

১৫ আনাকে ৭ দিয়া গুণ করিলে ১০৫ আনা হয়, তাহাতে পাইএর গুণফলের ১ আনা যোগ করিয়া ১০৬ আনা হইল,

এবং ১০৬ আনা = ৬ টাকা ১০ আনা,

অতএব আনার ঘরে ১০ আনা (॥৵০) বসিল।

১৬ টাকা ৭ দিয়া গুণ করিয়া ১১২ টাকা হয়, তাহাতে আনার গুণফলের ৬ টাকা যোগ করিয়া (১১২ + ৬) টাকা অর্থাৎ ১১৮ টাকা হয়, অতএব টাকার ঘরে ১১৮ বসিল।

২৪। উদাহরণমালা।

১। ২০৸৯ পাইকে ৮, ১২, ও ১৬ দিয়া গুণ কর।

২। ২৫৸৶৩ পাইকে ৫, ৬, ও ৮ দিয়া গুণ কর।

৩। ১৫ পাউণ্ড ১০ শিলিং ৬ পেন্সকে ৩ ও ৫ দিয়া গুণ কর।

৪। ২ সপ্তাহ ৫ দিন ১৫ ঘণ্টা ১০´ কে ১৫ ও ২০ দিয়া গুণ কর।

৫। ১৭।৫৸৶ ছটাককে ১৫ ও ৩২ দিয়া গুণ কর।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ।

মিশ্র ভাগ।

১২৪। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশিকে অনবচ্ছিন্ন রাশি দ্বারা অথবা সেই জাতীয় অবচ্ছিন্ন রাশি দ্বারা ভাগ করাকে **মিশ্র ভাগ** বলে।

ভাজক অনবচ্ছিন্ন রাশি হইলে ভাগফল অবচ্ছিন্ন রাশি হইবে, এবং ভাজক অবচ্ছিন্ন রাশি হইলে ভাগফল অনবচ্ছিন্ন রাশি হইবে। যথা, ৬ টাকাকে বা ৬৷৷০ আনাকে ৩ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল ২ টাকা বা ২৷০ আনা হইবে, এবং ৬ টাকাকে ২ টাকা দিয়া বা ৬৷৷০ আনাকে ২৷০ আনা দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৩ হইবে।

১২৫। **মিশ্র ভাগের নিয়ম।**

(১) **ভাজক অনবচ্ছিন্ন রাশি হইলে**

ভাজ্যের উচ্চতম শ্রেণির রাশিকে অনবচ্ছিন্ন রাশির ভাগের নিয়মানুসারে ভাজক দিয়া ভাগ করিয়া ভাগফল সেই শ্রেণির ঘরে লিখ। ভাগ শেষ থাকিলে লঘূকরণের নিয়মানুসারে তাহাকে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির রাশিতে আনিয়া ভাজ্যের সেই শ্রেণির রাশিতে যোগ করিয়া সেই যোগফলকে ভাজক দিয়া ভাগ কর, এবং ভাগফল সেই শ্রেণির রাশির ঘরে লিখ। তাহার পর ভাগ শেষ থাকিলে তাহা তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির রাশিতে লইয়া গিয়া ভাজ্যের সেই শ্রেণির রাশিতে যোগ করিয়া ভাজক দিয়া পূর্ব্ববৎ ভাগ কর। এইরূপে শেষ শ্রেণি পর্য্যন্ত গেলে সম্পূর্ণ ভাগফল পাইবে।

(২) **ভাজক অবচ্ছিন্ন রাশি হইলে**

লঘূকরণের নিয়মানুসারে ভাজ্য ও ভাজক উভয়কে এক শ্রেণিতে আনিয়া অনবচ্ছিন্ন সংখ্যাদ্বয়ের ভাগের নিয়মানুসারে ভাজ্যকে ভাজক দ্বারা ভাগ কর।

এই নিয়মদ্বয়ের হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহবণ। ৩৩৭৸৶৩ পাইকে ৭ দিয়া ভাগ কব।

```
৭)৩৩৭৸৶৩
   ৪৮—১
   ১×১৬
=  ১৬
   ১৫
 ৭)৩১
    ৪—৩
       ৩×১২
=      ৩৬
        ৩
     ৭)৩৯
       ৫—৪
```

ভাগফল = ৪৮৷৫ পাই, ভাগশেষ ৪ পাই

৩৩৭ টাকা — ৭ = ৪৮ টাকা ও ভাগ শেষ ১ টাকা।

১ টাকা = ১৬ আনা, (১৬ + ১৫) আনা = ৩১ আনা।

৩১ আনা — ৭ = ৪ আনা ও ভাগশেষ ৩ আনা।

৩ আনা = ৩ × ১২ পাই = ৩৬ পাই, (৩৬ + ৩) পাই — ৩৯ পাই।

৩ পাই — ৭ ৫ পাই ও ভাগশেষ ৪ পাই।

অতএব ভাগফল — ৪৮৷০৫ পাই ও ভাগশেষ ৪ পাই।

(২) উদাহবণ। ১৫ পাউণ্ড ১২ শিলিং ৬ পেন্সকে,
৬ পাউণ্ড ৪ শিলিং ২ পেন্স দিয়া ভাগ কব।

১৫ পাউণ্ড ১২ শিঃ ৬ পেঃ = {(১৫ × ২০ + ১২) × ১২ + ৬} পেন্স,
= ৩৭৫০ পেন্স।

৬ পাউণ্ড ৪ শিঃ ২ পেঃ = {(৬ × ২০ + ৪) × ১২ + ২} পেন্স,
= ১৪৯০ পেন্স।

ভাগফল = ৩৭৫০ — ১৪৯০ = $২\frac{৭৭০}{১৪৯০}$।

```
১৪৯০)৩৭৫০(২
      ২৯৮০
      ----
       ৭৭০
```

১২৬। মিশ্র ভাগেব এক শ্রেণিব প্রশ্ন আছে তাহাব একটি উদাহরণ ও তাহাব উত্তব নির্ণয়ের প্রণালী নিয়ে দেওয়া গেল।

উদাহরণ। একটি থলিতে কতকগুলি টাকা, তাহার দ্বিগুণ আধুলি, ও তাহাব তিন গুণ শিকি আছে। এবং থলিতে মোট ২০৬৷০ আনা আছে। কতগুলি টাকা কতগুলি আধুলি ও কতগুলি শিকি আছে নির্ণয় কব।

এই প্রশ্ন আব এক ভাবে দেখিলে ইহাব অর্থ এই—১ টাকা+২ আধুলি+৩ শিকি অর্থাৎ তুই টাকা বাব আনা, তুই শত ছয় টাকা চাবি আনাব মধ্যে কতবার আছে, তাহা প্রথমে নির্ণয় কব। অর্থাৎ ২০৬৷০ আনাকে ২৸০ আনা দিয়া ভাগ কবিলে ভাগফল কত হয়, তাহা নির্ণয় কব। সেই ভাগফল যত হইবে, থলিতে টাকাব সংখ্যা ঠিক তত, আধুলিব সংখ্যা তাহাব দ্বিগুণ, এবং শিকির সংখ্যা তাহাব তিনগুণ।

অতএব টাকাব সংখ্যা = ২০৬৷০ — ২৸০ = ৩৩০০/৪৪,
= ৭৫,
আধুলিব সংখ্যা = ৭৫ × ২ = ১৫০,
শিকিব সংখ্যা = ৭৫ × ৩ = ২২৫।

২৫। উদাহরণমালা।

১। ৫৬৸৶৩ পাইকে ১০, ১২ ও ১৪ দিয়া ভাগ কব।

২। ১৫০৬৮ পাইকে ১৫, ১৬ ও ১৮ দিয়া ভাগ কব।

৩। ২২৬ পাউণ্ড ১৩ শিলিং ৪ পেন্সকে ৭২ ও ৭৫ দিয়া ভাগ কব।

৪। ১৭ হান্দর ২ কোয়াটব ১৪ পাউণ্ডকে ৯ ও ১৯ দিয়া ভাগ কব।

৫। ৫২॥৶০ আনাকে ৩৷৶৭ দিয়া ভাগ কব।

৬। ১১॥০ কাঠাকে ২॥১ কাঠা দিয়া ভাগ কব।

৭। ২২ ঘণ্টা ৫৫´কে ৩ ঘণ্টা ১০´ দিয়া ভাগ কব।

৮। ১৬ ঘণ্টা ৪০´কে ৩ ঘণ্টা ১৫´ দিয়া ভাগ কব।

৯। ৪২৷০ সেরকে ⁄৮॥০ ছটাক দিয়া ভাগ কব।

২৬। বিবিধ প্রশ্নমালা।

১। এক ব্যক্তির পাওনা আছে এক স্থানে ৩৫০৸৹, আর এক স্থানে ১০৭৫৸৶০, ও আর এক স্থানে ৭২৫৷৶০, এবং তাহার দেনা আছে এক স্থানে ২৩৫।/০, ও আর এক স্থানে ৪৪৫৷৷/০। সমস্ত পাওনা আদায় করিয়া ও দেনা শোধ করিয়া তাহার কত টাকা ঘরে আসিবে?

২। একটি থলিতে কতকগুলি টাকা, ততগুলি আধুলি, ততগুলি শিকি, এবং ততগুলি দুয়ানি আছে। থলিতে মোট ১৪০৷৷৵০ আছে। কোন্ রকমের কত মুদ্রা আছে নির্ণয় কর।

৩। কোন স্থানে কতকগুলি রাজমজুর কাজ করিতেছে। যতগুলি রাজ তাহার দ্বিগুণ মজুর, এবং রাজের রোজ ৷৷৶০, মজুরের রোজ ।৵০। প্রতিদিন রাজ মজুরের রোজ ১৩৵০ দিতে হয়। কতগুলি রাজ ও কতগুলি মজুর কাজ করে?

৪। ভারতের রাজস্ব যদি ৬০ কোটি টাকা ধরা যায়, এবং তাহা সমস্ত যদি টাকাতে আদায় হয়, তবে তাহার ওজন কত মণ হইবে? এবং প্রতি গাড়িতে যদি ১৬ মণ বহন করে, তবে তাহা বহন করিতে কয় খানি গাড়ি আবশ্যক?

৫। ভারতের লোক সংখ্যা যদি ২০ কোটি ধরা যায়, এবং প্রত্যেকে যদি প্রতি মাসে আধসের লবণ খায়, তবে এক বৎসরে তাহারা মোট কত লবণ খাইবে, এবং ৵০ আনা সের হিসাবে তাহার মূল্য কত হইবে?

৬। ভারতের লোক সংখ্যা ২০ কোটি ধরিলে প্রত্যেকে যদি ১ পয়সা করিয়া দেয় তবে কত টাকা উঠিবে?

৭। ভারতের পরিমাণ ১৫০০০০০ বর্গ মাইল ধরিলে, ভারতে কত বিঘা ভূমি আছে?

৮। ইংলণ্ড ও ওয়েল্‌সের পরিমাণ ৫৮৬৬০ বর্গ মাইল ধরিলে ইংলণ্ড ও ওয়েল্‌সে কত বিঘা জমি আছে?

৯। ষোড়শ লুইয়ের মৃত্যুর তারিখ ১৭৯৩ খৃষ্টাব্দের ২১ জানুয়ারি হইতে ওয়াটারলুব যুদ্ধের তারিখ ১৮১৫ খৃষ্টাব্দের ১৮ই জুন এই দুই তারিখের মধ্যে কতগুলি দিন ছিল?

১০। একটি ঘড়ি ঘণ্টায় ঘণ্টায় রীতিমত বাজে। ১৯১২ খৃষ্টাব্দে সে ঘড়ি কতবার বাজিয়াছে?

——

চতুর্থ অধ্যায়।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘুকরণ ও রূপান্তর করণ।

১২৭। **নিয়ম।** অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘুকরণ নিমিত্ত অবচ্ছিন্ন অখণ্ড রাশির লঘুকরণের নিয়ম (১১৭ ধারা) ও অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের গুণন ও ভাগের নিয়ম (৭৮ ও ৮০ ধারা) প্রয়োগই যথেষ্ট, এবং তন্নিমিত্ত কোন বিশেষ নিয়মের প্রয়োজন নাই।

কি প্রণালীতে কার্য্য করিতে হইবে তাহা নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ১৷৵০ আনার $\frac{৩}{৭}$ অংশকে আনায় আন।

১৷৵০ = (১৬ + ১২) আনা = ২৮ আনা,

এবং $\frac{৩}{৭}$ × ২৮ আনা = ১২ আনা = ৸০।

(২) উদাহরণ। ২১০ শিলিংএর ·৩ ভাগকে পাউণ্ডে আন।

২১০ × ·৩ শিলিং = ২১০ × $\frac{৩}{১০}$ শিলিং
= ৬৩ শিলিং
= ৩ পাউণ্ড ৩ শিলিং।

১২৮। কোন অবচ্ছিন্ন অখণ্ড বা খণ্ড রাশি সেই জাতীয় অপর একটি অখণ্ড বা খণ্ড রাশির কিরূপ অংশ তাহা নিরূপণ করিবার নিয়ম এই—

নিয়ম। উভয় রাশিকে এক শ্রেণিতে আনিয়া প্রথমোক্ত রাশিকে লব স্বরূপ ও দ্বিতীয়োক্ত রাশিকে হর স্বরূপ লইয়া যে ভগ্নাংশ হইবে তাহাই প্রশ্নের উত্তর।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহবণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহবণ। ১৸/০ এক টাকা নয় আনা ২৫ টাকায় কত অংশ?

১৸/০ = (১৬ + ৯) আনা = ২৫ আনা,
২৫ টাকা = ২৫ × ১৬ আনা = ৪০০ আনা,
আবশ্যকীয় ভগ্নাংশ = $\frac{২৫}{৪০০} = \frac{১}{১৬}$।

(২) উদাহবণ। ১ পাউণ্ড ১০ শিলিং ২০ পাউণ্ডেব কত দশমিক ভগ্নাংশ?

১ পাঃ ১০ শিঃ = (২০ + ১০) শিলিং = ৩০ শিঃ,
২০ পাঃ = (২০ × ২০) শিলিং = ৪০০ শিঃ।

আবশ্যকীয় দশমিক = $\frac{৩০}{৪০০} = \frac{৩}{৪০}$ = ·০৭৫।

২৭। উদাহরণমালা।

১। নিম্নেব বাশিগুলিব পবিমাণ নির্ণয় কব—

(১) ৪।/৪ পাইয়েব $\frac{২}{৭}$ অংশ।
(২) ৩।১০ পাইয়েব ৮ অংশ।
(৩) ৯/৬৸/০ ছটাকেব $\frac{৪}{৫}$ অংশ।
(৪) ৮।২৷৷০ ছটাকেব ৯ অংশ।
(৫) ৩ ঘণ্টা ৩২ মিনিটেব ·৭৫ অংশ।

২। (১) ৷৷৶৮ পাই ১ টাকাব কত ভগ্নাংশ?
(২) ৷৷৶০ আনা ৬।০ আনাব কত দশমিক ভগ্নাংশ?
(৩) ।/৬ পাই ৬৶০ আনাব কত ভগ্নাংশ?
(৪) ৷৷/৬ পাই ১৶০ আনাব কত দশমিক ভগ্নাংশ?
(৫) ৩´।৯´ ইঞ্চ ৪ গজেব কত ভগ্নাংশ?

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের যোগ।

১২৯। **নিয়ম।** অবচ্ছিন্ন খণ্ড রাশি যোগ করিতে হইলে প্রথমে অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘু করণের নিয়মানুসারে প্রত্যেক যোজ্যের পরিমাণ নিরূপণ করিয়া, তাহার পর সেই পরিমাণগুলিকে মিশ্র যোগের নিয়ম অনুসারে, এবং আবশ্যক হইলে অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ যোগের নিয়মানুসারে, যোগ করিতে হইবে।

এই প্রক্রিয়ার প্রণালী নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ৩ টাকার $\frac{২}{২৭}$ অংশ,
॥০ আনার $\frac{১}{৯}$ অংশ,
ও ১৸০ আনার $\frac{২}{২১}$ অংশ,

যোগ কর।

৩ টাকার $\frac{২}{২৭}$ অংশ $=\frac{২}{২৭}\times ৩\times ১৬$ আনা $=\frac{৩২}{৯}$ আনা,
$=৩\frac{৫}{৯}$ ... ,
॥০ আনার $\frac{১}{৯}$ অংশ $=\frac{১}{৯}\times ৮$ আনা $=\frac{৮}{৯}$ ... ,
১৸০ আনার $\frac{২}{২১}$ অংশ $=\frac{২}{২১}\times ২৮$ আনা $=\frac{৮}{৩}$ ... ,
$=২\frac{২}{৩}$ .. ,

যোগফল $=(৩+২+\frac{৫}{৯}+\frac{৮}{৯}+\frac{২}{৩})$ আনা,
$=(৫+\frac{১৯}{৯})$ আনা $=(৫+২+\frac{১}{৯})$ আনা
$=$ ৭ আনা $+\frac{১২}{৯}$ পাই $=$ ৭ আনা $+১\frac{১}{৩}$ পাই $=$ ।৶১ ।

(২) উদাহরণ। ১০ পাউণ্ড ১০ শিলিংএর ·৪ অংশ,
৬ শিলিং ৯ পেন্সের $\frac{১}{৩}$ অংশ,
১৪ পাউণ্ড ১ শিলিং ২ পেন্সের $\frac{২}{৭}$ অংশ,

যোগ কর।

১০ পাউণ্ড ১০ শিলিংএর .৪ অংশ = ৪/১০ × (১০ পাঃ ১০ শিঃ)
= ৪ পাঃ ৪ শিঃ,

৬ শিলিং ৯ পেন্সের ১/৩ অংশ = ১/৩ × (৬ শিঃ ৯ পেঃ)
= ২ শিঃ ৩ পেঃ,

১৪ পাঃ ১ শিঃ ২ পেন্সের ২/৭ অংশ = ২/৭ × (১৪ পাঃ ১৪ পেঃ)
= ৪ পাঃ ৪ পেঃ,

যোগফল = ৪ পাউণ্ড ৪ শিলিং।
\+ ০ ২ শিলিং ৩ পেন্স,
\+ ৪ পাউণ্ড ০ শিলিং ৪ পেন্স,
= ৮ পাউণ্ড ৬ শিলিং ৭ পেন্স।

২৮। উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত যোগ ক্রিয়ার ফল নিরূপণ কর।

(১) ১/৩ টাকা + ২/৭ × ।/০ আনা + ১/৭ × ৭ টাকা।

(২) .৫ শিলিং + .৩ পাউণ্ড + ৩ ৩ শিলিং + ২/৭ পাউণ্ড।

(৩) ৩ টাকা + .৪ আনা + .৫ × (৬৸/০) আনা।

(৪) ২/৩ × (১ মণ ২ সের ১৫ ছটাক) + ১/১৫ × ৩ মণ + ১/১৬ × ৪ মণ।

(৫) ১/৩ × (১′ ৬″) ইঞ্চ + ৩/৪ × (২′ ৩″) ইঞ্চ + ২/৭ × (১′ ৩″) ইঞ্চ।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের বিয়োগ।

১৩০। **নিয়ম।** বিয়োজন ও বিয়োজ্য উভয় রাশির পরিমাণ অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘূকরণের নিয়মানুসারে নিরূপণ করিয়া, মিশ্র বিয়োগের নিয়মানুসারে এবং আবশ্যক হইলে অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ বিয়োগের নিয়মানুসারে, বিয়োগফল নির্ণয় করিতে হইবে।

এই প্রক্রিয়ার প্রণালী নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ২২ টাকার $\frac{৩}{১১}$ অংশ হইতে ১০॥৵০ আনার $\frac{২}{৫}$ অংশ বিযুক্ত কর।

২২ টাকার $\frac{৩}{১১}$ অংশ $= \frac{৩}{১১} \times$ ২২ টাকা = ৬ টাকা,

১০॥৵০ আনার $\frac{২}{৫}$ অংশ $= \frac{২}{৫} \times$ (১০॥৵০) = ৪।০ আনা,

বিয়োগফল = ৬ − ৪।০ = ১৸০ আনা।

(২) উদাহরণ। ৪ শিলিংএর ·৫ অংশ হইতে ১ পাউণ্ডের ·০৫ অংশ বাদ দেও।

৪ শিলিংএর ·৫ অংশ $= \frac{৫}{১০} \times$ ৪ শিলিং = ২ শিলিং,

১ পাউণ্ডের ·০৫ অংশ $= \frac{৫}{১০০} \times$ ২০ শিলিং = ১ শিলিং,

বিয়োগফল = (২ − ১) শিলিং = ১ শিলিং।

২৯। উদাহরণমালা।

নিম্নের বিয়োগফল নিরূপণ কর—

১। $\frac{৫}{৮} \times$ ৬॥৶০ আনা − $\frac{২}{৩} \times$ ১।০ আনা।

২। $\frac{৭}{১২} \times$ ৯॥৵০ আনা − $\frac{২}{৬} \times$ ৫।০ আনা।

৩। ·৩ × ৬ টাকা − ·২ × ৫ টাকা।

৪। $\frac{৩}{৪} \times$ ২ পাউণ্ড − $\frac{২}{৬} \times$ ৩ পাউণ্ড।

৫। ·৫ × (৫ পাউণ্ড ১০ শিলিং) − ·০৫ × (১০ পাউণ্ড ৫ শিলিং)।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের গুণন।

১৭১। **নিয়ম।** গুণককে অপ্রকৃত ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া মিশ্র ভাগের নিয়মানুসারে তাহার হর দ্বারা গুণ্যকে (আবশ্যক হইলে এক শ্রেণিতে আনিয়া) ভাগ করিয়া, সেই ভাগফলকে গুণকের লব দ্বারা মিশ্র গুণনের নিয়মানুসারে গুণ করিলে, ইষ্ট গুণফল পাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। $\frac{৫}{৪৮}$ টাকা + $\frac{৩}{৫}$ আনাকে $৩\frac{৩}{৪}$ দিয়া গুণ কর।

$\frac{৫}{৪৮}$ টাকা + $\frac{৩}{৫}$ আনা $= (\frac{৫ \times ১৬}{৪৮} + \frac{৩}{৫})$ আনা

$= (\frac{৫}{৩} + \frac{৩}{৫})$ আনা

$= \frac{৩৪}{১৫}$ আনা।

$৩\frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{৪}$।

গুণফল $= (\frac{৩৪}{১৫} \times \frac{১৫}{৪})$ আনা

$= \frac{৩৪}{৪}$ আনা $৮\frac{১}{২}$ আনা

= ৮ আনা ৬ পাই।

(২) উদাহরণ।

৬ পাউণ্ড ৭ শিলিং ৮ পেন্সকে $\frac{২}{৩}$ দিয়া গুণ কর।

কোন রাশিকে কোন ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার অর্থ এই যে সেই রাশিকে গুণকের হর দ্বারা ভাগ করিয়া সেই ভাগফলকে তাহার লব দ্বারা গুণ করা। [৭১ (৫) ও ৭৭ ধারা দ্রষ্টব্য] ইহাই উপরিউক্ত নিয়মের হেতু, এবং ঐ নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া এইরূপে হইবে যথা—

৩	৬ পাঃ	৭ শিঃ	৮ পেঃ
	২ ,,	২ ,,	$৬\frac{২}{৩}$,,
			২
	৪ ,,	৫ ,,	$১\frac{১}{৩}$

৩০। উদাহরণমালা।

১। ৩।/৬ পাইকে $\frac{৩}{৮}$ দ্বারা গুণ কর।

২। ৫৭৸৵/১০ পাইকে $\frac{১১}{১৬}$ দ্বারা গুণ কর।

৩। ২৫৮৶/৯ পাইকে ৭৫ দ্বারা গুণ কর।

৪। ১ পাউণ্ড ৫ শিলিং ৭ পেন্সকে $\frac{২}{৯}$ দিয়া গুণ কর।

৫। ১$\frac{২}{৩}$ মণ + $\frac{৭}{৮}$ সেরকে $\frac{১১}{১২}$ দ্বারা গুণ কর।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের ভাগ।

১৩২। **নিয়ম** (১)। যদি ভাজক অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ হয়, তাহা হইলে তাহাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশেব আকাবে আনিয়া তাহাব লব দ্বাবা ভাজ্যকে ভাগ কবিয়া সেই ভাগফলকে ভাজকেব হব দ্বাবা গুণ কবিলে ইষ্ট ভাগফল পাইবে।

নিয়ম (২)। যদি ভাজ্য ও ভাজক উভযেই অবচ্ছিন্ন বাশি হয় তাহা হইলে উভয়কেই এক শ্রেণিতে আনিয়া অনবচ্ছিন্ন ভাগেব নিয়মানুসাবে ভাগ প্রক্রিয়া সম্পন্ন কবিবে।

এই নিয়মেব হেতুব নিমিত্ত ৭৯ এবং ১২৫ ধাবা দ্রষ্টব্য।

নিম্নেব উদাহবণদ্বয়ে এই নিয়মেব হেতু স্পষ্ট দেখা যাইবে।

(১) উদাহবণ। ১০ পাউণ্ড ৬ শিলিং ৬ পেন্সকে $\frac{৩}{৪}$ দিয়া ভাগ কব।

কোন বাশিকে $\frac{৩}{৪}$ এই ভগ্নাংশেব দ্বাবা ভাগেব অর্থ এই যে সেই ভগ্নাংশেব লব দ্বাবা তাহাকে ভাগ কবিয়া সেই ভাগফলকে তাহাব হব দ্বাব গুণ কবা। একথা পূর্ব্বে ৭৯ ধাবায় এক প্রকাবে বলা হইয়াছে। সেই কথা আব এক প্রকাবে বলা যাইতে পাবে, যথা,—এখানে ভাজ্যকে পূর্ণ ৩ দিয়া ভাগ কবিতে হইবে না তাহাব মাত্র চতুর্থাংশ দিয়া ভাগ কবিতে হইবে, সুতবাং ৩ দিয়া ভাগ করিলে যে ভাগফল হয় তাহা প্রকৃত ভাগফলেব এক চতুর্থাংশ মাত্র এবং সেই ভাগফলকে ৪ দিয়া গুণ কবিলে তবে প্রকৃত ভাগফল পাওযা যাইবে।

অতএব প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

৩)১০ পাঃ	৬ শিঃ	৬ পেঃ
৩ ,,	৮ ,,	১০ ,,
		৪
১৩ ,,	১৫ ...	৪

(২) উদাহবণ। $\frac{২}{৫}$ পাউণ্ড $+\frac{২}{৫}$ শিলিংকে $\frac{৭}{১০}$ পেন্স দিয়া ভাগ কব।

($\frac{২}{৫}$ পাঃ $+\frac{২}{৫}$ শিঃ) $\div\frac{৭}{১০}$ পেঃ

$=৮\frac{২}{৫}$ শিঃ $\div\frac{৭}{১০\times১২}$ শিঃ

$=\frac{৪২}{৫}\div\frac{৭}{১২০}=\frac{৪২}{৫}\times\frac{১২০}{৭}=১৪৪$।

৩১। উদাহরণমালা।

১। ২৫।০ আনাকে $৩৩\frac{১}{৩}$ দিয়া ভাগ কর।

২। $১৭\frac{৩}{৪}$ টাকাকে ৪।৶০ আনা দিয়া ভাগ কর।

৩। ১৫´।৬´´ ইঞ্চকে $৩\frac{২}{১০}$ দিয়া ভাগ কর।

৪। ১২´।৮´´ ইঞ্চকে ১·৯ দিয়া ভাগ কর।

৫। ১০ পাউণ্ড ১৯ শিলিং ১১ পেন্সকে $\frac{৪}{৫}$ দিয়া ভাগ কর

———

পঞ্চম অধ্যায়।

সাঙ্কেতিক।

১৩৩। সহজ সঙ্কেতে দ্রব্যাদির মূল্য নিরূপণ প্রক্রিয়াকে **সাঙ্কেতিক** বলে।

সাঙ্কেতিক দ্বিবিধ, সরল, ও মিশ্র।

যে দ্রব্যের মূল্য নিরূপণ করিতে হইবে তাহার পরিমাণ যদি এক শ্রেণির রাশি হয় তবে সেই স্থলে সাঙ্কেতিককে **সরল সাঙ্কেতিক** বলে, এবং তাহার পরিমাণ যদি ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অর্থাৎ মিশ্র রাশি হয় তবে সেই স্থলে সাঙ্কেতিককে **মিশ্র সাঙ্কেতিক** বলে।

১৩৪। সাঙ্কেতিকের কোন বিশেষ নিয়ম নাই।

সাঙ্কেতিকের প্রক্রিয়া প্রণালী নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

সরল সাঙ্কেতিক।

(১) উদাহরণ। যদি ১ মণ দ্রব্যের মূল্য ॥৴৬ পাই হয় তবে সেইরূপ ৩২৫ মণ দ্রব্যের মূল্য কত হইবে?

	৩২৫ টাকা	১ টাকা দরে মূল্য
॥০ = এক টাকার ½	১৬২॥০	॥০ আনা . . .
৴০ = ॥০ আনার ⅛	২০৷৴০	৴০ .
৬ পাই = ৴০ আনার ½	১০ ৵৬	৬ পাই
	১৯২৸৴৬	॥৴৬ ... ..

মিশ্র সাঙ্কেতিক।

(২) উদাহরণ। যদি ১ মণ দ্রব্যের মূল্য ৩৸০ আনা হয় তবে সেইরূপ ১৭॥৶০ পোয়ার মূল্য কত হইবে?

৩৸০ আনা = ১ মণের মূল্য

১৭

		৬৩	৸০	০	=	১৭ ..	...
২০ সের = ১ মণের	$\frac{১}{২}$	১	৸৵০	০	=	২০ সেরের	.
৮ সেঃ = ..	$\frac{২}{৫}$	০	৸০	০	=	৮	. ...
২ পোঃ = ৮ সেরের	$\frac{১}{১৬}$	০	০	৯	=	২ পোয়ার	.
১ = ২ পোয়ার	$\frac{১}{২}$	০	০	৪$\frac{১}{২}$	=	১ পোয়ার	
					=		
		৬৬৷৶০		১$\frac{১}{২}$		১৭৷৷৮৸০..	

উপরের উদাহরণদ্বয়ে দেখা যাইতেছে যে সাঙ্কেতিকের প্রক্রিয়া এক প্রকার সংক্ষিপ্ত মিশ্র গুণন ও মিশ্র ভাগ। তাহার বিশেষত্ব এই যে সেই মিশ্র গুণন ও ভাগ কৌশলে খণ্ডে খণ্ডে সম্পন্ন করা হইয়াছে, এবং সেই গুণফল ও ভাগফল একত্র করিয়া প্রকৃত মূল্য নির্ণীত হইয়াছে।

উপরের প্রশ্নদ্বয়ের উত্তর সামান্য মিশ্র গুণন ও মিশ্র ভাগের নিয়মানুসারে পাওয়া যাইত। কিন্তু সেই প্রক্রিয়া অপেক্ষাকৃত কষ্টসাধ্য হইত। কৌশলে খণ্ড খণ্ড করিয়া সেই মিশ্র গুণন ও ভাগ ক্রিয়া সম্পন্ন করায় প্রক্রিয়া প্রণালী কিঞ্চিৎ সহজ হইল।

সেই কৌশলের মূল কথা এই যে, দ্রব্যের মূল্যের অথবা পরিমাণের ভিন্ন ভিন্ন অংশগুলি ক্রমশঃ এরূপভাবে লওয়া হইয়াছে যে ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করিতে হইলে সেই সকল ভগ্নাংশের লব ১ হয়। তাহার ফল এই যে, প্রত্যেক ভগ্নাংশের অনুরূপ মূল্য পূর্ব্ব নিরূপিত মূল্যকে সেই ভগ্নাংশের হর দ্বারা ভাগ করিলেই পাওয়া যায়, ভগ্নাংশের লব ১ হওয়াতে লব দ্বারা গুণ করিবার প্রয়োজন হয় না।

যথা, উপরের (২) উদাহরণে ২৮ সেরকে ২০ সের ও ৮ সের এই ভাগে বিভক্ত করা হইল, কারণ ২০ সের = $\frac{১}{২}$ মণ, ও ৮ সের = $\frac{১}{৫}$ মণ, সুতরাং ২০ সেরের মূল্য ১ মণের মূল্যকে ২ দিয়া ভাগ করিয়া, এবং ৮ সেরের মূল্য ১ মণের মূল্যকে ৫ দিয়া ভাগ করিয়া পাওয়া গেল।

কিন্তু ২৮ সেরের মূল্য একবারে নিরূপণ করিতে হইলে, যখন ২৮ সের = $\frac{২৮}{৪০}$ মণ = $\frac{৭}{১০}$ মণ, তখন ১ মণের মূল্যের $\frac{৭}{১০}$ অংশ লইতে হইত,

এবং তাহা হইলে ১ মণেব মূল্যকে প্রথমে ১০ দিয়া ভাগ করিয়া তাহাব পব সেই ভাগফলকে আবাব ৭ দিয়া গুণ করিতে হইত।

অতএব স্পষ্ট দেখা যাইতেছে, সাঙ্কেতিক প্রণালীতে দ্রব্যেব মূল্য নিরূপণার্থে দ্রব্যেব প্রচলিত পবিমাণেব, ও মূল্যেব প্রচলিত মুদ্রাব, ১ লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশাবলী মানস চক্ষুব সম্মুখে থাকা আবশ্যক। সেইরূপ কতকগুলি ভগ্নাংশাবলী নিম্নে লিখিত হইল।

এক টাকাব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ॥০ আট আনা,
$\frac{১}{৩}$ = ।/৪ পাঁচ আনা চাব পাই,
$\frac{১}{৪}$ = ।০ চাবি আনা,
$\frac{১}{৬}$ = ৵৮ দুই আনা আট পাই।

এক আনাব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ৬ পাই,
$\frac{১}{৩}$ = ৪ পাই,
$\frac{১}{৪}$ = ৩ পাই,
$\frac{১}{৬}$ = ২ পাই।

এক পাউণ্ডেব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ১০ শিলিং,
$\frac{১}{৩}$ = ৬ শিলিং ৮ পেন্স,
$\frac{১}{৪}$ = ৫ শিলিং,
$\frac{১}{৫}$ = ৪ শিলিং,
$\frac{১}{৬}$ = ৩ শিলিং ৪ পেন্স,
$\frac{১}{৮}$ = ২ শিলিং ৬ পেন্স।

১ শিলিংএব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ৬ পেন্স,
$\frac{১}{৩}$ = ৪ পেন্স,
$\frac{১}{৪}$ = ৩ পেন্স,
$\frac{১}{৬}$ = ২ পেন্স।

এক মণেব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ॥০ কুড়ি সেব,
$\frac{১}{৪}$ = ।০ দশ সেব,
$\frac{১}{৫}$ = /৮ আট সেব,
$\frac{১}{৮}$ = /৫ পাঁচ সেব।

১ সেবেব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ॥০ দুই পোয়া,
$\frac{১}{৪}$ = ।০ এক পোয়া,
$\frac{১}{৫}$ = ১৬ তোলা,
$\frac{১}{৮}$ = ২ ছটাক।

এক হান্দবেব অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ২ কোযাটাব,
$\frac{১}{৪}$ = ১ কোয়াটাব,
$\frac{১}{৭}$ = ১৬ পাউণ্ড,
$\frac{১}{৮}$ = ১৪ পাউণ্ড,
$\frac{১}{১৪}$ = ৮ পাউণ্ড।

১ কোয়াটারের অংশ।

$\frac{১}{২}$ = ১৪ পাউণ্ড,
$\frac{১}{৪}$ = ৭ পাউণ্ড,
$\frac{১}{৭}$ = ৪ পাউণ্ড

১৩৫। নিম্নলিখিত প্রকার প্রশ্নের উত্তরও সাঙ্কেতিক প্রণালীতে সহজে নিরূপিত হইতে পারে।

(১) প্রশ্ন। এক ব্যক্তি মাসিক ৭ টাকা বেতন পায়। ৩০ দিনে মাস হইলে তাহার দৈনিক বেতন কত?

দৈনিক বেতন $=\frac{১}{৩০}\times$ ৭ টাকা $=\frac{১}{১০}\times\frac{১}{৩}\times$ ৭ টাকা।

$\frac{১}{৩}\times$ ৭ টাকা $=\frac{১}{৩}\times$ ৬ টাকা $+\frac{১}{৩}\times$ ১ টাকা,

$=$ ২ টাকা $+$ ।/৪ পাই।

$\frac{১}{৩০}\times$ ৭ টাকা $=\frac{১}{১০}\times$ ২।/৪ পাই,

$=$ ৶৮$\frac{৪}{৫}$ পাই।

(২) প্রশ্ন। একজন গোয়ালা এক গৃহস্থকে প্রত্যহ /৩ সের দুগ্ধ দেয়। দুগ্ধ ১ টাকায় /৫ সের হইলে যে মাসের ৩১ দিন সে মাসে গোয়ালার কত পাওনা হইবে?

গোয়ালার পাওনা $=$ ৩ $\times$ ৩১ সের বা ৯৩ সের দুগ্ধের মূল্য

$=($ ৯০ $+$ ৩ $)$ সের .. ...।

৯০ সের দুগ্ধের মূল্য $=\frac{১}{৫}\times$ ৯০ টাকা

$=$ ১৮ টাকা,

৩ $=\frac{১}{৫}\times$ ৩ টাকা

$=$ ॥/৭$\frac{১}{৫}$ পাই,

৯৩ ..... . $=$ ১৮॥/৭$\frac{১}{৫}$ পাই।

১৩৬। বঙ্গদেশে প্রচলিত শুভঙ্করী প্রণালী এক প্রকার সাঙ্কেতিক প্রণালী। তবে টাকা, আনা, গণ্ডা ভিন্ন অন্যরূপ মুদ্রায় মূল্য দেওয়া থাকিলে, অথবা মণ, সের, পোয়া, ছটাক, কাঁচ্চা ভিন্ন অন্যরূপ ওজনে দ্রব্যের পরিমাণ দেওয়া থাকিলে, সে প্রণালী খাটে না। এবং সেই প্রণালীতে প্রশ্ন সমাধান করিতে গেলে অনেক এককাবলী কণ্ঠস্থ করিতে হয়। অতএব শুভঙ্করী প্রণালী অভ্যাস করিতে যেরূপ শ্রম লাগে তদনুরূপ ফল পাওয়া যায় না। এই জন্য তাহা এ স্থলে প্রদর্শিত হইল না।

৩২। উদাহরণমালা।

১। ২৵০ আনা যোড়া হইলে ৫০ যোড়া কাপড়ের মূল্য কত ?

২। ৩।/০ আনা মণ হইলে ৬৪ মণ দ্রব্যেব মূল্য কত ?

৩। ১৫ শিলিং ৬ পেন্স একখানি পুস্তকেব মূল্য হইলে ৫৫ খানি পুস্তকের মূল্য কত ?

৪। ২ শিলিং ৬ পেন্স কবিয়া পাউণ্ড হইলে ১৫ হান্দব ২ কোয়াটাব ১০ পাউণ্ডেব মূল্য কত ?

৫। ১৩৵০ আনা কবিয়া চিনিব মণ হইলে ৭৸৫ সেবেব মূল্য কত ?

ষষ্ঠ অধ্যায়।

অনুপাত, সমানুপাত, ও বিপরিণাম।

ত্রৈরাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিযম।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

অনুপাত, সমানুপাত, ও বিপরিণাম।

১৩৭। দুইটি অনবচ্ছিন্ন সংখ্যাব বা একজাতীয় অবচ্ছিন্ন বাশিব পবিমাণেব সম্বন্ধকে তাহাদেব **অনুপাত** বলে। সংখ্যা বা বাশিদ্বয়কে অনুপাতেব **পদ** বলে, ও প্রথমটিকে **অগ্রপদ** ও দ্বিতীয়টিকে **পশ্চাৎ পদ** বলে।

প্রথম সংখ্যা বা বাশি দ্বিতীযটিব বতগুণ বা কত ভাগ তদৃষ্টে এই অনুপাত সম্বন্ধ নির্ণীত হয়। সুতবাং অগ্রপদকে পশ্চাৎপদ দ্বাবা ভাগ কবিলে যে ভাগফল হয় (অখণ্ড সংখ্যাই হউক বা ভগ্নাংশই হউক) তাহাই অনুপাতেব পবিমাণ। (৬৯ ধাবা দ্রষ্টব্য)

অনুপাত লিখিবাব নিয়ম, পদদ্বয়েব মধ্যে : এই চিহ্ন স্থাপন।

অতএব ৩ ও ৪ এই দুই সংখ্যাব অনুপাত $৩ : ৪ = \frac{৩}{৪}$।

এবং ৬ ১০ $= \frac{৬}{১০} = \frac{৩}{৫}$,

৪ টাকা ৬ টাকা $= \frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$।

কিন্তু ৪ আনা ৬ টাকা এই অনুপাতেব পবিমাণ $\frac{৪}{৬}$ নহে,

তাহা $= \frac{৪}{৬ \times ১৬} = \frac{১}{২৪}$।

উপবেব উদাহবণ হইতে দেখা যাইতেছে অনুপাতেব পদদ্বয় উভয়ই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা হইতে পাবে, অথবা উভয়ই একজাতীয় অবচ্ছিন্ন বাশি হইতে পাবে, কিন্তু অবচ্ছিন্ন বাশি হইলে তাহাদেব উভয়কে এক শ্রেণিতে আনিয়া অনুপাতেব পরিমাণ নির্ণয় কবিতে হইবে।

অনুপাতের পদদ্বয় অনবচ্ছিন্ন রাশিই হউক বা অবচ্ছিন্ন রাশিই হউক, অনুপাতের পরিমাণ সর্ব্বত্রই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা হইবে। কারণ অনুপাতের অগ্রপদ পশ্চাৎপদের **কতগুণ** বা **কতভাগ** অনুপাতের **পরিমাণ** কেবল তাহারই জ্ঞাপক।

১৩৮। যদি কোন দুইটি রাশির অনুপাত অপর দুইটি রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে সেই চারিটি রাশিতে একটি **সমানুপাত** সংগঠিত হয় বলা যায়, এবং সেই রাশি চতুষ্টয়কে **সমানুপাতী** বলা যায়।

সমানুপাত লিখিবার নিয়ম, সমান অনুপাতদ্বয়ের মধ্যে এই চিহ্ন সংস্থাপন।

যথা, ২ ৩ ৪ ৬, অর্থাৎ $\frac{২}{৩}=\frac{৪}{৬}$।

এবং ৩ ৪ ৬ টাকা ৮ টাকা, অর্থাৎ $\frac{৩}{৪}=\frac{৬}{৮}$।

ও ৪ টাকা ৫ টাকা ৮ সের ১০ সের, অর্থাৎ $\frac{৪}{৫}=\frac{৮}{১০}$।

উপরের উদাহরণ হইতে দেখা যাইতেছে, সমানুপাতের অনুপাতদ্বয় উভয়েই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার অনুপাত হইতে পারে, অথবা প্রথমটি অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার অনুপাত ও দ্বিতীয়টি একজাতীয় একশ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশির অনুপাত, অথবা প্রথমটি এক জাতিয় এক শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশির অনুপাত ও দ্বিতীয়টি আর এক জাতীয় এক শ্রেণির অবচ্ছিন্ন রাশির অনুপাত।

১৩৯। চারিটি রাশি সমানুপাতী হইলে চতুর্থটিকে **চতুর্থ সমানুপাতী** বলে।

তিনটি রাশিতেও সমানুপাত সংগঠিত হইতে পারে, যদি প্রথম ও দ্বিতীয়ের অনুপাত দ্বিতীয় ও তৃতীয়ের অনুপাতের সমান হয়।

যথা ৪ ৬ ৬ ৯ অর্থাৎ $\frac{৪}{৬}=\frac{৬}{৯}$।

এরূপ স্থলে দ্বিতীয় রাশিটিকে **মধ্যানুপাতী** ও তৃতীয়টাকে **তৃতীয়ানুপাতী** বলে।

১৪০। যদি চারিটি রাশি সমানুপাতী হয় তাহা হইলে, **প্রথম ও চতুর্থ রাশির গুণফল দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির গুণফলের সহিত সমান।**

যথা, ৩ ৪   ৬ ৮, এবং ৩×৮=৪×৬।

কাবণ, $\frac{৩}{৪}=\frac{৬}{৮}$, অতএব $\frac{৩}{৪}\times(৪\times৮)=\frac{৬}{৮}\times(৪\times৮)$, অথবা ৩×৮=৬×৪।

সাধাবণতঃ, যদি ক খ   গ ঘ,

তাহা হইলে ক×ঘ=খ×গ।

কাবণ, $\frac{ক}{খ}=\frac{গ}{ঘ}$, অতএব উভয়কে খ×ঘ দিয়া গুণ কবিলে

$\frac{ক}{খ}\times খ\times ঘ = \frac{গ}{ঘ}\times খ\times ঘ$, অথবা ক×ঘ=গ×খ।

১৪১। যদি চাবিটি সমানুপাতী সংখ্যাব তিনটি জানা থাকে, তাহা হইলে চতুর্থ টি উপবেব লিখিত নিযমানুসাবে নির্ণীত হইতে পাবে।

যথা—৩, ৫, ও ৯ এই তিনটি সংখ্যাব চতুর্থ সমানুপাতী কত? এই প্রশ্নেব উত্তব দিতে হইলে মনে কব সেই চতুর্থ সমানুপাতী স। তাহা হইলে

৩ ৫ ৯ স, অথবা ৩×স ৫×৯,

$$স=\frac{৫\times৯}{৩}=১৫।$$

অথবা প্রশ্ন যদি এইরূপ হইত—

"৩ খানি কাপডেব মূল্য ৯ টাকা হইলে ঠিক সেইরূপ ৫ খানি কাপডেব মূল্য কত?" মনে কব—সেই মূল্য স টাকা।

তাহা হইলে ৩ কাপড ৫ কাপড ৯ টাকা স টাকা।

অথবা ৩×স=৫×৯।

$স=\frac{৫\times৯}{৩}$ টাকা=১৫ টাকা।

অথবা প্রশ্নটি আবাব এইরূপ হইতে পাবিত—"যদি ৩ খানি কাপডেব মূল্য ৯ টাকা হয় তবে কয়খানি কাপডেব মূল্য ১৫৲ টাকা হইবে, অথবা ১৫ টাকায় কয়খানি কাপড পাওয়া যাইবে?"

মনে কব কাপডেব সংখ্যা স।

তাহা হইলে ৩ স ৯ ১৫।   স×৯=৩×১৫,

$$স=\frac{৩\times১৫}{৯}=৫ \text{ খানি।}$$

১৪২। উপরের দ্বিতীয় ও তৃতীয় প্রশ্নে দেখা গেল দুইটি ভিন্ন ভিন্ন কাপড়ের সংখ্যা এবং সেই সেই সংখ্যক কাপড়ের মূল্য, এই রাশি চতুষ্টয়ের কোন তিনটি জানা থাকিলে চতুর্থটিকে ১৪০ ধারার নিয়মানুসারে নিরূপিত করা যায়।

আর এক শ্রেণির সমানুপাতী রাশি আছে, তাহাদের প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত যে ক্রমে লওয়া যায় তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাত তদ্বিপরীত ক্রমে লইলে তবে তাহারা সমানুপাতী হইবে।

যথা, যদি প্রশ্ন এই হয়—

কোন একটি কার্য্য ৬ জন লোকে ২৪ দিনে সমাপ্ত করিতে পারে। ৮ জন লোক তাহা কতদিনে সমাপ্ত করিতে পারিবে?—

এই প্রশ্নের উত্তর নির্ণয় করিবার পূর্ব্বেই দেখা যাইতেছে লোক সংখ্যা বাড়াইলে সময় কম লাগিবে, লোক দ্বিগুণ হইলে দিনের সংখ্যা অর্দ্ধেক হইবে, লোক তিন গুণ হইলে দিনের সংখ্যা তিন ভাগের এক ভাগ হইবে, আবার লোক কম হইলে দিন বেশি লাগিবে, লোক সংখ্যা তিন ভাগের এক ভাগ হইলে দিনের সংখ্যা তিনগুণ হইবে, ইত্যাদি। অতএব যদি প্রশ্নের উত্তর স দিন মনে করা যায়, তাহা হইলে

অনুপাত, ৬ ৮ ২৪ স এইরূপ না হইয়া

৬ ৮ স ২৪ এইরূপ হইবে,

অর্থাৎ তৃতীয় ও চতুর্থ রাশিকে বিপরীত ক্রমে লইতে হইবে।

অতএব ৮ × স = ৬ × ২৪

$$স = \frac{৬ \times ২৪}{৮} = ১৮ \text{ দিন।}$$

১৪৩। উপরের লিখিত দ্বিবিধ সমানুপাতী রাশির মধ্যে যাহারা প্রথমোক্ত মতে সমানুপাতী তাহাদিগকে **যথাক্রমে** সমানুপাতী, এবং যাহারা দ্বিতীয়োক্ত মতে সমানুপাতী তাহাদিগকে **বিপরীত ক্রমে** সমানুপাতী বলে।

১৪৪। উপরের ১৪১ ধারার শেষ প্রশ্নদ্বয়ের ও ১৪২ ধারার প্রশ্নের সমাধান হইতে দেখা যায়, এরূপ অনেক প্রশ্ন আছে যাহাতে তিনটি রাশি জানা থাকিলে চতুর্থ একটি রাশি জানা যাইতে পারে। এইজন্য এই শ্রেণির

প্রশ্নকে **ত্রৈরাশিক প্রশ্ন**, এবং তাহার সমাধান প্রক্রিয়াকে **ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়া** বলে।

১৮৫। এই স্থলে নিম্নলিখিত কএকটি কথা মনে রাখা আবশ্যক।

(১) উপরের প্রশ্নত্রয়ের সমাধানে দেখা গিয়াছে,

৫ × ৯, ৩ × ১৫, এবং ৮ × ২৮,

এই তিনটি গুণন ক্রিয়া আছে, এবং তিনটিতেই গুণ্য ও গুণক উভয়ই অবচ্ছিন্ন রাশি। ইহাতে আপাততঃ মনে হইতে পারে, এখানে অবচ্ছিন্ন রাশিতে অবচ্ছিন্ন রাশিতে গুণন ক্রিয়া হইল, এবং সঙ্গে সঙ্গে সংশয় উত্থিত হইতে পারে তাহাই বা কিরূপে সাধ্য। কিন্তু প্রকৃত পক্ষে **গুণ্য ও গুণককে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা মনে করিয়া তাহাদের গুণন ক্রিয়া সম্পন্ন হইয়াছে।** এবং তাহাই ১৪০ ধারার লিখিত নিয়মের অর্থ। অর্থাৎ যদি চারিটি রাশি সমানুপাতী হয় তবে (তাহাদিগকে ১৩৭ ধারা মত সম শ্রেণিতে আনিয়া) তাহাদের পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা চতুষ্টয়কে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা মনে করিয়া, প্রথমটিকে চতুর্থ টি দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহা দ্বিতীয় ও তৃতীয়ের গুণফলের সমান।

(২) কোন তিনটি রাশি জানা থাকিলে তাহা হইতে ১৪০ ধারার নিয়ম অবলম্বনে অবিজ্ঞাত রাশি নির্ণয় করণে প্রবৃত্ত হইবার পূর্ব্বে দেখা আবশ্যক, **সেই বিজ্ঞাত রাশিত্রয় ও অবিজ্ঞাত রাশি এই চারিটি রাশির মধ্যে সমানুপাত সম্বন্ধ আদৌ আছে কি না, এবং যদি থাকে তাহা হইলে সে সম্বন্ধ যথাক্রমে আছে কি বিপরীত ক্রমে আছে, কি অন্য কোন নিয়মানুসারে আছে।**

নিম্নের ছয়টি উদাহরণ দৃষ্টে এই কথাগুলির মর্ম্ম স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। যদি কোন ব্যক্তি ২৫ বৎসর বয়সে কাশীধামে গিয়া তথায় ১০০ টাকা ব্যয় করেন, তবে তিনি ৫০ বৎসর বয়সে পুনরায় তথায় গেলে কত টাকা ব্যয় করিবেন?

মনে কর সেই ব্যক্তি স টাকা ব্যয় করিবেন। কিন্তু একথা কখনই বলা যায় না যে ২৫ ৫০ ১০০ স,

কারণ, তীর্থ যাত্রার বয়সের সঙ্গে তাঁহার তীর্থে ব্যয়ের পরিমাণের কোন সমানুপাত সম্বন্ধ নাই।

এস্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ না থাকায় ১৪০ ধারার নিয়ম খাটিবে না।

উদাহরণ (২)। যদি ৬ গজ কাপড়ের মূল্য ১৫৲ টাকা হয় তবে ১৬ গজ কাপড়ের মূল্য কত হইবে?

মনে কর ইষ্ট মূল্য স টাকা। এস্থলে যথাক্রম সমানুপাত সম্বন্ধ রহিয়াছে,

৬ ১৬ ১৫ স,

. ৬ × স = ১৬ × ১৫, $স = \frac{১৬ \times ১৫}{৬} = ৪০$ টাকা।

উদাহরণ (৩)। যে মূল্যে ৩ টাকা গজের ২৪ গজ কাপড় পাওয়া যায় সে মূল্যে ৪ টাকা গজের কত গজ কাপড় পাওয়া যাইবে?

মনে কর ইষ্ট পরিমাণ স গজ।

এ স্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ আছে বটে, কিন্তু তাহা যথাক্রমে নহে, বিপরীত ক্রমে। কারণ কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ মূল্যে কাপড়ের দর যত বেশি হইবে কাপড়ের পরিমাণ তত কম হইবে, দর দিগুণ হইলে, কাপড়ের পরিমাণ অর্দ্ধেক, দর তিনগুণ হইলে কাপড়ের পরিমাণ তিন ভাগের এক ভাগ হইবে, ইত্যাদি।

অতএব কাপড়ের পরিমাণের অনুপাত দরের অনুপাতের বিপরীত ক্রমে লইতে হইবে।

৩ ৪ স ২৪,   ৪ × স = ৩ × ২৪, $স = \frac{৩ \times ২৪}{৪} = ১৮$ গজ।

উদাহরণ (৪)। যদি ২০ টি আম্রের মূল্য ২ টাকা হয় তবে ১৫ টি আনারসের মূল্য কত হইবে?

মনে কর ইষ্ট মূল্য স টাকা। কিন্তু এস্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ নাই, সুতরাং একথা কখনই বলা যায় না যে ২০ ১৫ ২ স।

কারণ, আম্রের সংখ্যা ও আনারসের সংখ্যা এবং আম্রের মূল্যে ও আনারসের মূল্যে কিরূপ সম্বন্ধ তাহা জানা যায় নাই। তবে যদি সেই সম্বন্ধ কিরূপ তাহা জানা যায় তাহা হইলে প্রশ্নের উত্তর দেওয়া যাইতে পারে।

যথা, মনে কর প্রশ্নে এই কথা বলিয়া দেওয়া হইয়াছে যে "একটি আনারসের মূল্য ২টি আম্রের মূল্যের সমান"। তাহা হইলে প্রশ্নটি এইরূপে পরিবর্ত্তিত করিয়া লওয়া যাইতে পারে, যথা,—

যদি ২০টি আম্রের মূল্য ২৲ টাকা হয় তবে ১৫টি আনারসের অথবা ৩০টি আম্রের মূল্য কত?

এ স্থলে ২০ ৩০ ২ স,

২০ × স = ৩০ × ২, $স=\frac{৩০\times২}{২০}=৩$ টাকা।

উদাহরণ (৫)। যদি মনি অর্ডার দ্বারা ৫ টাকা পাঠাইতে মাসুল /০ এক আনা লাগে, তবে ২৫৲ টাকা পাঠাইতে কত মাসুল লাগিবে?

মনে কর মাসুল স আনা।

তাহা হইলে আপাততঃ মনে হইতে পারে, ৫ ২৫ ১ স।

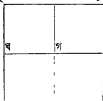
কিন্তু প্রকৃত পক্ষে এ সমানুপাত ঠিক নহে, কারণ, ডাকঘরের বর্ত্তমান নিয়মানুসারে প্রেরিত টাকার পরিমাণ ও তাহার মাসুলের পরিমাণ সমানুপাতী নহে।

উদাহরণ (৬)। যদি ৮০ হাত দীর্ঘ একটি বর্গ ক্ষেত্রের মূল্য ১০০০০ টাকা, হয় তবে ১৬০ হাত দীর্ঘে সেইরূপ বর্গ ক্ষেত্রের মূল্য কত হইবে?

মনে কর ইষ্ট মূল্য স টাকা।

তাহা হইলে সমানুপাত ৮০ ১৬০ ১০০০০ স এরূপ হইবে না।

কারণ, যদিও ভূমির পরিমাণ ও মূল্য সমানুপাতী, কিন্তু বর্গ ক্ষেত্রের পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা তাহার দৈর্ঘ্য নহে, তাহার দৈর্ঘ্যের দ্বিতীয় শক্তি সেই পরিমাণ জ্ঞাপক। সুতরাং বর্গ ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২ গুণ বর্দ্ধিত হইলে তাহার পরিমাণ ২×২ অর্থাৎ ৪ গুণ বর্দ্ধিত হইবে। ইহা পার্শ্বে অঙ্কিত চিত্র দৃষ্টে স্পষ্ট প্রতীয়মাণ হইবে। ক ঙ দৈর্ঘ্য ক খ দৈর্ঘ্যের ২ গুণ হইলে, ক ঙ চ ছ বর্গ ক্ষেত্র ক খ গ ঘ বর্গ ক্ষেত্রের ২×২ অর্থাৎ ৪ গুণ হইতেছে।

ছ চ
ঘ গ
ক খ ঙ

অতএব প্রকৃত সমানুপাত এইরূপ হইবে—

$$৮০ \times ৮০ \quad ১৬০ \times ১৬০ \quad ১০০০০ \quad স$$

$$৮০ \times ৮০ \times স = ১৬০ \times ১৬০ \times ১০০০০$$

$$স = \frac{১৬০ \times ১৬০ \times ১০০০০}{৮০ \times ৮০} = ৪০০০০ \text{ টাকা।}$$

১৪৬। যদি কোন দুইটি বস্তু এরূপে সম্বদ্ধ হয় যে, তাহাদের একটির যে কোন দুই পরিমাণ অপরটির তদনুযায়ী পরিমাণদ্বয়ের সঙ্গে যথাক্রমে অথবা বিপরীত ক্রমে সমানুপাতী, তাহা হইলে ঐ বস্তুদ্বয়কে যথাক্রমে অথবা বিপরীত ক্রমে **বিপরিণামী** বলে।

যথা, দ্রব্য ও মূল্য যথাক্রমে বিপরিণামী। কারণ, দ্রব্যের পরিমাণ ও তাহার মূল্য যথাক্রমে সমানুপাতী। একটি দ্বিগুণ হইলে অপরটি দ্বিগুণ হইবে, একটি তিনগুণ হইলে অপরটি তিনগুণ হইবে, ইত্যাদি। আবার মূল্যের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের দর ও পরিমাণ বিপরীতক্রমে বিপরিণামী। কারণ, দ্রব্যের কোন দুইটি দর ও তদনুযায়ী পরিমাণদ্বয় বিপরীতক্রমে সমানুপাতী। দর দ্বিগুণ হইলে দ্রব্যের পরিমাণ অর্দ্ধেক হইবে, আবার দর অর্দ্ধেক হইলে দ্রব্যের পরিমাণ দ্বিগুণ হইবে, ইত্যাদি।

১৪৭। যে সকল স্থলে একটি বস্তু আর একটির সহিত বিপরিণামী, নিম্নে তাহার মধ্যে কএকটির উল্লেখ করা গেল।

(১) দর নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের মূল্য ও দ্রব্যের পরিমাণ যথাক্রমে বিপরিণামী।

(২) মূল্যের মোট পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের দর ও পরিমাণ বিপরীত ক্রমে বিপরিণামী।

(৩) জমি সম কোণ চতুর্ভুজ হইলে, এবং দৈর্ঘ্য নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, ক্ষেত্র ফল ও প্রস্থ যথা ক্রমে বিপরিণামী।

(৪) জমি সম কোণ চতুর্ভুজ হইলে, এবং ক্ষেত্র ফল নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিপরীতক্রমে বিপরিণামী।

(৫) গতির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, সময় ও দূরত্ব যথাক্রমে বিপরিণামী।

(৬) সময় নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, গতির পরিমাণ ও দূরত্ব যথাক্রমে বিপরিণামী।

(৭) দূরত্ব নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, গতির পরিমাণ ও সময় বিপরীতক্রমে বিপরিণামী।

(৮) সময় নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, কার্য্যের পরিমাণ ও কার্য্যকরিশক্তির পরিমাণ যথাক্রমে বিপরিণামী।

(৯) কার্য্যকরিশক্তি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, সময় ও কার্য্য যথাক্রমে বিপরিণামী।

(১০) কার্য্যের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, কার্য্যকরিশক্তি ও সময় বিপরীতক্রমে বিপরিণামী।

(১১) কার্য্যের প্রকার নির্দ্দিষ্ট থাকিলে এবং সময় কার্য্যকরিশক্তির অন্তর্ভূত বলিয়া লইলে, কার্য্যও কার্য্যকরিশক্তি যথাক্রমে বিপরিণামী।

এই কএকটি কথার হেতু সহজেই বুঝা যাইতেছে।

৩৩। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত স্থলে চতুর্থ সমানুপাতী নির্ণয় কর।

(১) ১, ২, ৩।

(২) ১২, ১৪, ১৬।

(৩) ৬|০ আনা, ১।৵০ আনা এবং ৫ বিঘা।

(৪) ৪, ৫, ও ৬ বিঘা।

(৫) ৬ পাউণ্ড, ৯ পাউণ্ড, ১২ পাউণ্ড।

২। নিম্নলিখিত স্থলে তৃতীয় সমানুপাতী নির্ণয় কর।

(১) ৫, ১৫।

(২) ১০, ১২।

(৩) ১৭২৮, ১৪৪।

(৪) ১ টাকা ও ১ আনা।

(৫) ১ পাউণ্ড ও ৫ শিলিং।

———

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

ত্রৈরাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম।

১৪৮। ত্রৈরাশিক প্রশ্ন ও ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়া কিরূপ তাহার কিঞ্চিৎ আভাস ১৪৪ ও ১৪৫ ধারাতে দেওয়া হইয়াছে। এখন ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়ার সাধারণ নিয়ম নিম্নে দেওয়া যাইতেছে।

নিয়ম। অবিজ্ঞাত ইষ্ট রাশির সংখ্যা মনে কর 'স'। অন্যান্য রাশিগুলিকে আবশ্যক মত এক শ্রেণিতে আন। তাহার পর প্রশ্ন পর্য্যালোচনা করিয়া দেখ কোন্ কোন্ রাশি কোন্ রূপক্রমে সমানুপাতী, এবং তাহাদের সমানুপাত লিখ। তদনন্তর সেই সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থ রাশির গুণফল ও দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির গুণফল লিখিয়া তাহাদের মধ্যে সমতার চিহ্ন=লিখ। তাহার পর যে গুণফলে 'স' নাই তাহাকে অপর গুণফলের 'স' ভিন্ন অন্যান্য উৎপাদকের গুণফল দ্বারা ভাগ কর। সেই ভাগফলই 'স' এর পরিমাণ জানিবে।

এই নিয়ম ও ইহার হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। যদি ৩ গজ রেশমি কাপড়ের মূল্য ৬৸০ আনা হয়, তবে সেইরূপ ৫ গজ ৯ ইঞ্চ কাপড়ের মূল্য কত ?

মনে কর ইষ্ট মূল্য স টাকা।

৬৸০ $= ৬\frac{৩}{৪}$ টাকা। ৫ গজ ৯ ইঞ্চ $= ৫\frac{৩}{৪}$ গজ। অতএব [১৪৭ (১) দ্রষ্টব্য]।

৩ $৫\frac{৩}{৪}$ $৬\frac{৩}{৪}$ স, $৩ \times স = ৫\frac{৩}{৪} \times ৬\frac{৩}{৪}$

$$স = \frac{৫\frac{৩}{৪} \times ৬\frac{৩}{৪}}{৩} = \frac{২৩}{৪} \times \frac{২৭}{৪} \times \frac{১}{৩} = \frac{২০৭}{১৬} \text{ টাকা।}$$

$$= ১২\frac{১৫}{১৬} \text{ টাকা} \quad = ১২৸৶০।$$

(২) উদাহরণ। যদি ৬ বিঘা দৈর্ঘ্যে ও ৩ বিঘা প্রস্থে একটি ক্ষেত্রের শস্য ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টায় কাটিতে পারে, তবে ৮ জন লোকে কয় ঘণ্টায় তাহা কাটিতে পারিবে ?

মনে কর ইষ্ট ঘণ্টার সংখ্যা স।

তাহা হইলে এ স্থলে কার্য্যেব পবিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকায় সময় ও কার্য্যকরি শক্তি বিপবীতক্রমে বিপবিণামী। [১৪৭ (১০) দ্রষ্টব্য]

অতএব ৭　৮　স　১৪

৮ × স = ৭ × ১৪,　　স = $\frac{৭ \times ১৪}{৮}$ ঘণ্টা = ১২$\frac{১}{৪}$ ঘণ্টা।

(৩) উদাহবণ। যদি ৬ বিঘা দৈর্ঘ্যে ও ৩ বিঘা প্রস্থে ক্ষেত্রের যসল ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টায় কাটিতে পাবে, তবে তাহাবা কত বিঘা ক্ষেত্র ফলেব ফসল ২১ ঘণ্টায় কাটিতে পাবিবে?

মনে কব ইষ্ট ক্ষেত্র ফল স বর্গ বিঘা।

তাহা হইলে প্রথম বাবেব কার্য্য (৬×৩) বর্গ বিঘাব অর্থাৎ ১৮ বর্গ বিঘাব যসল কাটা। এবং কার্য্যকবি শক্তি এস্থলে নির্দ্দিষ্ট বহিয়াছে অর্থাৎ তাহা ৭ জন লোক। অতএব সময় ও কার্য্য যথাক্রমে বিপবিণামী।

১৮　স　১৪　২১,

১৪ × স = ১৮ × ২১,　　স = $\frac{২১৮ \times ২১}{১৪}$ বর্গ বিঘা = ২৭ বর্গ বিঘা।

(৪) উদাহবণ। উপবেব উদাহবণে যদি দ্বিতীয় ক্ষেত্রেব দৈর্ঘ্য ৯ বিঘা হয় তবে তাহাব প্রস্থ কত?

মনে কব ইষ্ট প্রস্থ স বিঘা।

তাহা হইলে প্রথম কার্য্যেব পবিমাণ ৩×৬ বর্গ বিঘাব শস্য কর্ত্তন, দ্বিতীয় কার্য্যেব পাবমাণ ৯×স বর্গ বিঘাব শস্য কর্ত্তন।

অতএব ৩×৬　৯×স　১৪　২১,

৯×স×১৪ = ৩×৬×২১।

স = $\frac{৩ \times ৬ \times ২১}{৯ \times ১৪}$ = ৩ বিঘা।

(৫) উদাহরণ। একটি ঘড়ি সোমবাব আপরাহ্ন ১ টাব সময় ঠিক কবিয়া দেওয়া হয়। তৎপরে মঙ্গলবাবে বাত্রি ১০ টার সময় দেখা গেল সে ঘড়িতে ঠিক সময় অপেক্ষা ৩´ বেশি হইয়াছে। যদি এই নিয়মে ঘড়িটি বেশি চলে, তবে তৎপবের শনিবাব সকালে ৬ টাব সময় সেই ঘড়িতে কত সময় হইবে?

মনে কর স মিনিট বেশি হইবে। সোমবাব অপবাহ্ন ১ টা হইতে মঙ্গলবার রাত্রি ১০ পর্য্যন্ত (২৪+৯) ঘণ্টা অর্থাৎ ৩৩ ঘণ্টা। এবং সোমবার অপবাহ্ন ১ টা হইতে শনিবাব সকালে ৬ টা পর্য্যন্ত (৪×২৪+১৭) ঘণ্টা অর্থাৎ ১১৩ ঘণ্টা। আব ঘড়িব গতি ৩৩ ঘণ্টায় ৩´ অধিক ও ১১৩ ঘণ্টায় স মিনিট অধিক।

৩৩ ১১৩ ৩ স,

৩৩×স=১১৩×৩, $\quad$ স $=\frac{১১৩\times৩}{৩৩}=১০\frac{৩}{১১}$ মিনিট।

(৬) উদাহবণ। সাড়ে দশটাব সময় ঘড়িব কাঁটাব মধ্যে কত মিনিটেব ঘব ব্যবধান? এবং দশটাব পব ও এগাবটাব পূর্ব্বে কাঁটা দুইটি কখন্ ঠিক বিপরীত দিকে থাকিবে?

এই প্রশ্নের প্রথম ভাগেব উত্তব অগ্রে স্থিব কবা যাউক।

ঘড়িতে ৬০ টি মিনিটেব ঘব আছে।

এক ঘণ্টায় মিনিটেব কাঁটা সেই সমস্ত ৬০ ঘব চলে,

এবং ঘণ্টার কাঁটা তাহাব ৫ ঘব মাত্র চলে।

মিনিটেব কাঁটাব গতি ঘণ্টাব কাঁটা গতি ৬০ ৫ ১২ ১।

দশটাব সময় মিনিটেব কাঁটা ১২ দাগে ও ঘণ্টাব কাঁটা ১০ দাগে ছিল, এবং তাহাদেব ব্যবধান ১০ মিনিটের ঘব ছিল।

সাড়ে দশটাব সময় মিনিটেব কাঁটা ১২ দাগ হইতে ৩০ মিনিটেব ঘর গিয়াছে।

এবং মনে কব সেই সময ঘণ্টাব কাঁটা ১২ দাগেব দিকে স মিনিটেব ঘর গিয়াছে।

তাহা হইলে তাহাদেব ব্যবধ্যান=(১০−স+৩০) মিনিটেব ঘব।

সুতবাং স এর পবিমাণ জানা গেলেই প্রশ্নেব উত্তব পাওযা গেল।

দেখা যাইতেছে,

৩০ স ১২ ১, $\quad$ স×১২=৩০×১,

∴ স $=\frac{৩০}{১২}=২\frac{১}{২}$।

অতএব কাঁটা দুইটির ব্যবধান=১০−২$\frac{১}{২}$+৩০=৩৭$\frac{১}{২}$ মিনিটেব ঘব।

এক্ষণে প্রশ্নের দ্বিতীয় ভাগেব উত্তব স্থিব করা যাউক।

মনে কর দশটার পর স মিনিট পরে কাঁটা দুইটি ঠিক বিপরীত দিকে আছে। প্রশ্নের প্রথম ভাগের সমাধানে দেখা গিয়াছে,

ঘণ্টার কাঁটার গতি $=\frac{১}{১২}\times$ মিনিটের কাঁটার গতি।

এবং স মিনিটে মিনিটের কাঁটা ১২ দাগ হইতে স মিনিটের ঘর গিয়াছে।

সুতরাং স মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা ১২ দাগের দিকে $\frac{১}{১২}\times$ স মিনিটের ঘর গিয়াছে।

অতএব দুইটি কাঁটার ব্যবধান $=(১০-\frac{১}{১২}\times স+স)$ মিনিটের ঘর।

কিন্তু কাঁটা দুইটি বিপরীত দিকে আছে,

অতএব তাহাদের ব্যবধান $=৩০$ মিনিটের ঘর।

$$১০+স-\frac{১}{১২}\times স=৩০, \text{ অর্থাৎ } ১০+\frac{১১}{১২}\times স=৩০,$$

$$\frac{১১}{১২}\times স=৩০-১০=২০,$$

$$স=২০\times\frac{১২}{১১}=\frac{২৪০}{১১}=২১\frac{৯}{১১} \text{ মিনিট।}$$

১৪৯। উপরের ১৪৮ ধারার (২) উদাহরণে ৭ জন লোক, ৮ জন লোক, ১৪ ঘণ্টা সময় ও স ঘণ্টা সময় এই চারিটি রাশি লইয়াই সমানুপাত লেখা হইয়াছে, এবং ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ৬ বিঘা ও ৩ বিঘা এই দুইটি রাশি প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে আদৌ আইসে নাই। তাহার কারণ এই যে, ক্ষেত্রটি প্রশ্নের উভয় ভাগেই একই। সেইরূপ (৩) ও (৪) উদাহরণে ৭ জন লোক এই রাশিটির প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে কোন উল্লেখের প্রয়োজন হয় নাই। কিন্তু ঐ প্রশ্নত্রয় এরূপ ভাব ধারণ করিতে পারিত যাহাতে উক্ত অন্তর্লিখিত রাশিগুলির উল্লেখ প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে আবশ্যক হয়।

যথা,—উক্ত ধারার (২) উদাহরণটি নিম্নের (১) উদাহরণ স্বরূপ হইতে পারিত—

(১) উদাহরণ। যদি ৬ বিঘা দৈর্ঘ্যে ৩ বিঘা প্রস্থে একটি ক্ষেত্রের শস্য ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টায় কাটিতে পারে, তবে ৯ বিঘা দৈর্ঘ্যে ৩ বিঘা প্রস্থে আর একটি ক্ষেত্রের সেইরূপ শস্য ১৪ জন লোকে কত ঘণ্টায় কাটিত পারিবে?

মনে কর ইষ্ট ঘণ্টার সংখ্যা স।

তাহা হইলে প্রথম কার্য্যটি, (৬×৩) বর্গ বিঘার শস্য কর্ত্তন,

দ্বিতীয় কার্য্যটি, (৯×৩) বর্গ বিঘার শস্য কর্ত্তন,

প্রথম কার্য্যকবি শক্তি, ৭ জন লোক,
দ্বিতীয় কার্য্যকবি শক্তি, ১৪ জন লোক,
প্রথম সময়, ১৪ ঘণ্টা,
দ্বিতীয় সময়, স ঘণ্টা।

এ স্থলে আপাতত মনে হয় এই বাশিগুলি লইয়া একটি সমানুপাত হইতে পাবে না, দুইটি সমানুপাত হইতে পারে। তাহাই হউক, এবং মনে কব প্রথমে কার্য্যকবিশক্তি একই আছে, অর্থাৎ উভয় স্থলেই ৭ জন লোক আছে। তাহা হইলে যদি $\text{স}_{১}$, এই প্রশ্নেব ইষ্ট সময় হয়, প্রথম সমানুপাত এইরূপ হইবে—

$$৬ \times ৩ \quad ৯ \times ৩ \quad ১৪ \quad \text{স}_{১},$$
$$৬ \times ৩ \times \text{স}_{১} = ৯ \times ৩ \times ১৪,$$
$$\text{স}_{১} = \frac{৯ \times ৩ \times ১৪}{৬ \times ৩} = ২১ \text{ ঘণ্টা।}$$

অর্থাৎ ৭ জন লোকে ২১ ঘণ্টায় দ্বিতীয় ক্ষেত্রেব শস্য কাটিতে পাবিবে। এই বাব দেখা যাউক ১৪ জন লোকে এই দ্বিতীয় ক্ষেত্রেব শস্য কত ঘণ্টায় কাটিতে পাবিবে।

ইষ্ট ঘণ্টাব সংখ্যা স ধবা হইয়াছে। অতএব সমানুপাত এইরূপ হইবে—
$৭ \quad ১৪ \quad \text{স} \quad ২১$, $\quad ১৪ \times \text{স} = ৭ \times ২১$, $\quad \text{স} = \frac{৭ \times ২১}{১৪} = ১০\frac{১}{২}$ ঘণ্টা।

উপবে ত্রৈবাশিক প্রক্রিয়া দুইবাব কবিতে হইল এই জন্য এরূপ প্রশ্নকে কখন কখন **দ্বিত্রৈরাশিক** প্রশ্ন বলে। এবং ইহাতে তিনটি অপেক্ষা অধিক বিজ্ঞাত বাশি আছে, সেই জন্য এরূপ প্রশ্নকে কখন কখন **বহুরাশিক** প্রশ্নও বলে। কিন্তু বাস্তবিক উপবেব প্রশ্নটিব সমাধান একটি ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়াব দ্বাবা অর্থাৎ একটি সমানুপাত সংস্থাপন দ্বাবা হইতে পারে। তবে সময়কে কার্য্যকবিশক্তিব অন্তর্ভূত বলিয়া লইতে হইবে। অর্থাৎ প্রথম কার্য্যকবিশক্তি কেবল ৭ জন লোক নহে, তাহা ৭ × ১৪ জন লোক ১ ঘণ্টা নিযুক্ত থাকা, অথবা ৭ × ১৪ ঘণ্টা ১ জন লোক নিযুক্ত থাকা। এবং দ্বিতীয় কার্য্যকরিশক্তি কেবল ১৪ জন লোক নহে, তাহা ১৪ × স জন লোক ১ ঘণ্টা নিযুক্ত থাকা, অথবা ১৪ × স ঘণ্টা ১ জন লোক নিযুক্ত থাকা।

এবং প্রথম কার্য্য (৬×৩) বর্গ বিঘার শস্য কর্ত্তন,

দ্বিতীয় কার্য্য (৯×৩) বর্গ বিঘার শস্য কর্ত্তন।

অতএব ১৪৭ (১১) ধারা অনুসারে—

৬×৩ ৯×৩ ৭×১৪ ১৪×স,

৬×৭×১৪×স = ৯×৩×৭×১৪,

স = $\frac{৯\times৩\times৭\times১৪}{৬\times৭\times১৪}$ = $\frac{২১}{২}$ ঘণ্টা = ১০$\frac{১}{২}$ ঘণ্টা।

(২) উদাহরণ। যদি ১০ জন রাজ ৯ দিনে প্রত্যহ ৮ ঘণ্টা কার্য্য করিয়া ৪৮ ফুট লম্বা ১০ ফুট উচ্চ ২ ফুট চওড়া প্রাচীর নির্ম্মাণ করিতে পারে, তবে কয়জন রাজ ১০ দিনে প্রত্যহ ৬ ঘণ্টা কার্য্য করিয়া ৬০ ফুট লম্বা ১২ ফুট উচ্চ ৩ ফুট চওড়া প্রাচীর প্রস্তুত করিতে পারিবে?

মনে কর ইষ্ট সংখ্যা স জন।

তাহা হইলে প্রথম কার্য্য ৪৮×১০×২ ঘন ফুট গাথুনি,

দ্বিতীয় কার্য্য ৬০×১২×৩ ঘন ফুট গাথুনি।

প্রথম কার্য্যকরিশক্তি ১০×৯×৮ জন লোক,

দ্বিতীয় স×১০×৬ জন লোক।

অতএব ৪৮×১০×২ ৬০×১২×৩ ১০×৯×৮ স×১০×৬,

৪৮×১০×২×১০×৬×স = ৬০×১২×৩×১০×৯×৮,

স = $\frac{৬০\times১২\times৩\times১০\times৯\times৮}{৪৮\times১০\times২\times১০\times৬}$ = ২৭ জন।

১৫০। উপরের ১৪৮ ধারার (১) উদাহরণের উত্তর আর এক প্রকারে নির্ণয় করা যাইতে পারে। যথা—

যদি ৩ গজ কাপড়ের মূল্য = ৬৮০ হয়,

তবে ১ ... . = ৬৸০ ÷ ৩ = ২।০,

এবং ৫ ..৯ ইঞ্চ অর্থাৎ ৫$\frac{৩}{৪}$ গজের মূল্য = ২।০ × ৫$\frac{৩}{৪}$ = ২$\frac{১}{৪}$ × ৫$\frac{৩}{৪}$

= $\frac{৯}{৪}$ × $\frac{২৩}{৪}$ = $\frac{২০৭}{১৬}$

= ১২$\frac{১৫}{১৬}$ টাকা = ১২৸৶০।

অর্থাৎ যে শ্রেণির অনেক সংখ্যক রাশির মূল্য দেওয়া আছে সেই শ্রেণির **একটি** রাশির মূল্য মিশ্র বিভাগদ্বারা নির্ণয় করিবার পরে যে পরিমাণ

দ্রব্যের মূল্য নির্ণয় করিতে হইবে সেই পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা দ্বারা সেই নির্ণীত **একটি** দ্রব্যের মূল্যের গুণ করিলে, ইষ্ট মূল্য পাওয়া যাইবে।

এই জন্য এই প্রক্রিয়াকে **ঐকিক নিয়ম** বলে।

ত্রৈরাশিক প্রশ্নের অনেক স্থলে অতি সহজে এই নিয়মে সমাধান হইতে পারে। কিন্তু সকল স্থলে নহে।

১৫১। আর এক শ্রেণির প্রশ্ন আছে যাহার সমাধান ঐকিক নিয়মের বারংবার প্রয়োগ দ্বারা হইতে পারে। যথা—

উদাহরণ। যদি ১৩টি হাতির মূল্য ১১৭টি ঘোড়ার মূল্যের সমান হয়, এবং ৫৪টি ঘোড়ার মূল্য ৭৮টি গরুর মূল্যের সমান হয়, তবে ৯১টি গরুর মূল্য কয়টি হাতির মূল্যের সমান ?

মনে কর ইষ্ট সংখ্যা অর্থাৎ হাতির সংখ্যা স।

তাহা হইলে ১৩ হাতির মূল্য = ১১৭ ঘোড়ার মূল্য,

৫৪ ঘোড়ার মূল্য = ৭৮ গরুর মূল্য,

৯১ গরুর মূল্য = স হাতির মূল্য।

∴ ৯১ গরুর মূল্য = ৯১ × ১ গরুর মূল্য = ৯১ × $\frac{৫৪}{৭৮}$ ঘোড়ার মূল্য

= $\frac{৯১ \times ৫৪}{৭৮}$ × ১ ঘোড়ার মূল্য

= $\frac{৯১ \times ৫৪}{৭৮} \times \frac{১৩}{১১৭}$ হাতির মূল্য

= $\frac{৯১ \times ৫৪ \times ১৩}{৭৮ \times ১১৭}$ হাতির মূল্য

= ৭ হাতির মূল্য।

স = ৭।

রাশিগুলি পর পর শৃঙ্খলা মত লিখিত থাকায় এই নিয়মকে **শৃঙ্খল নিয়ম** বলে।

প্রক্রিয়ার **নিয়ম** সংক্ষেপে এই। ইষ্ট সংখ্যা স লিখিয়া **সমীকরণ** গুলি অর্থাৎ সমিত রাশির সাঙ্কেতিক লিপিগুলি যথা নিয়মে পর পর লিখিবে, এবং যেদিকে স নাই সেই দিকের সংখ্যাগুলির গুণফলকে যেদিকে স আছে সেই দিকের স ভিন্ন সংখ্যাগুলির গুণফল দ্বারা ভাগ করিবে। সেই ভাগফল ইষ্ট সংখ্যা।

এই নিয়মের হেতু উপরের উদাহরণে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে।

৩৪। উদাহরণমালা।

১। যদি ১৬ গজ কাপড়ের মূল্য ১৫ টাকা হয়, তবে ২০ গজের মূল্য কত?

২। যদি ২৮ মণ চাউলের মূল্য ৯১।৶০ আনা হয়, তবে ৫২।০ আনায় কত চাউল পাওয়া যাইবে?

৩। যদি ১৬ হান্দর চিনি ২০ পাউণ্ড ১৬ শিলিং-এ পাওয়া যায়, তবে ২৬ পাউণ্ডে কত চিনি পাওয়া যাইবে?

৪। যদি ১ আউন্স কুইনাইনের মূল্য ৫ টাকা হয়, তবে ৩ ড্রামের মূল্য কত?

৫। যদি ৫ তোলা রূপার মূল্য ৩৮০ হয়, তবে ১ সের রূপার মূল্য কত?

৬। কোন ব্যক্তি প্রতি টাকায় ৫ পাই হিসাবে আয়ের টেক্‌স দিয়া মাসিক ৩৯৶০ আনা টেক্‌স দেন। তাঁহার মাসিক আয় কত?

৭। কোন ব্যক্তি প্রতি পাউণ্ডে ৭ পেন্স হিসাবে আয়ের টেক্‌স দিয়া বৎসরে ১৭ পাউণ্ড ১০ শিলিং টেক্‌স দেন। তাঁহার বাৎসরিক আয় কত?

৮। একজন ইনসল্‌ভেণ্ট দেনদারের মোট সম্পত্তি ২৪০০০ টাকা, এবং তাহা হইতে তাঁহার পাওনাদারদের প্রতি টাকায় ॥৶০ আনা দিতে পারেন। তাঁহার দেনার পরিমাণ কত?

৯। একজন ইনসল্‌ভেণ্ট দেনদারের মোট সম্পত্তির মূল্য ১৫৩১২॥০ আনা এবং তাঁহার দেনা ৩৫০০০ টাকা। তাঁহার পাওনাদারেরা টাকায় কত করিয়া পাইবে?

১০। ৫ জন বালকের মাহিনা ৩ জন মানুষের মাহিনার সমান। একজন মানুষের মাহিনা যদি ১০৲ টাকা হয়, তবে ১ জন বালকের মাহিনা কত?

১১। যদি ৬ জন মানুষের মাহিনা ১০ জন বালকের মাহিনার সমান হয়, এবং একজন মানুষের দৈনিক বেতন যদি ।৵০ আনা হয়, তবে ১৫ জন বালকের ১ সপ্তাহের বেতন কত হইবে?

১২। যদি বৃত্তের ক্ষেত্র ফল ব্যাসার্দ্ধের দ্বিতীয় শক্তির যথাক্রমে বিপরিণামী হয়, এবং যদি ৬ ফুট ব্যাসের বৃত্তের ক্ষেত্র ফল ২৮·২৭ বর্গ ফুট হয়, তবে ৮ ফুট ব্যাসের বৃত্তের ক্ষেত্র ফল কত?

১৩। যদি দৈর্ঘ্যে ৪।০ কাঠা প্রস্থে ৩৷০ কাঠা সমকোণী চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের মূল্য ১৫০০ টাকা হয়, তবে আর এক খণ্ড ঐরূপ ভূমি যাহার দৈর্ঘ্য উক্ত দৈর্ঘ্যের ৫ গুণ ও প্রস্থ উক্ত প্রস্থের ৩ গুণ তাহার মূল্য কত হইবে?

১৪। যদি ৩ জন মানুষ অথবা ৫ জন বালক এক সপ্তাহে ৬৷৷৴০ আনা উপার্জ্জন করে, তবে ৫ জন মানুষ ও ৩ জন বালকে এক বৎসরে কত উপার্জ্জন করিবে?

(১ বৎসর = ৫২ সপ্তাহ।)

১৫। ক ও খ কে ১৮০০ টাকা এইরূপে ভাগ করিয়া দেও যে তাহাদের অংশের অনুপাত ৩ ঃ ৫ হয়।

১৬। থাকাবস্তের নক্‌সায় ১৬ ইঞ্চিতে ১ মাইল। তাহা হইলে কত ইঞ্চিতে ১ বিঘা এবং ১ ইঞ্চিতে কত বিঘা?

১৭। একটি ঘড়ি সোমবার রাত্রি ৮ টার সময় ঠিক করিয়া দেওয়া হয়, এবং তাহার পর, বুধবার অপরাহ্ণ ১ টার সময় দেখা গেল তাহা ৩′ বেশি গিয়াছে। এই হিসাবে চলিলে তাহার পরের রবিবারে যখন ঐ ঘড়িতে বেলা ১ টা বাজিল তখন ঠিক সময় কত?

১৮। যদি ৯ জন লোক ১৮ দিনে প্রত্যহ ৮ ঘণ্টা কার্য্য করিয়া একটি কার্য্য শেষ করে, তবে কয়জন লোক ১২ দিনে প্রত্যহ ৬ ঘণ্টা কার্য্য করিয়া তাহার ৩ গুণ কার্য্য সমাপ্ত করিবে?

১৯। একটি খরগোস একটি কুকুরকে ৪০ গজ দূরে দেখিয়া ঘণ্টায় ১০ মাইল বেগে পলাইতে আরম্ভ করে। ৪০ সেকেণ্ড পরে কুকুর তাহাকে দেখিতে পাইয়া ঘণ্টায় ১৮ মাইল বেগে তাহার পশ্চাতে দৌড়ায়। কতক্ষণ পরে ও কত দূর গিয়া কুকুর খরগোসকে ধরিবে?

২০। একজন ব্যবসায়ী ২৭০০ টাকা মূল ধন খাটাইয়া ৬ মাসে ২১৬ টাকা লাভ করেন। সেই হিসাবে কত টাকা মূল ধন থাকিলে তিনি ৯ মাসে ১২০০ টাকা লাভ করিতে পারিবেন।

২১। একজন ব্যবসায়ী ১৮০০ টাকা মূল ধন খাটাইয়া ৭ মাসে ২৫২ টাকা লাভ করেন। এই হিসাবে ৫০০০ টাকা মূল ধন লইয়া কত দিনে তিনি ৫০০ টাকা লাভ করিবেন?

২২। যদি ১০ জন মানুষকে ৭ দিন খাওয়াইতে ১৮০ সের চাউল লাগে, তবে ৫০ জন মানুষকে এই সমস্ত ১৯১৩ সন খাওয়াইতে কত চাউল লাগিবে?

২৩। বেলা ১ টার পর ২ টার মধ্যে ঘড়ির দুইটি কাঁটা কোন সময়ে ঠিক বিপরীতদিকে থাকে?

২৪। বেলা ১২ টার পর ২ টার পূর্ব্বে ঘড়ির কাঁটা দুইটি পুনরায় কোন সময় একত্র হয়?

সপ্তম অধ্যায়।

সুদ ও ডিস্কাউণ্ট। কোম্পানিব কাগজ। একত্র কাববাবের লাভ ভাগ। মিশ্রণ।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

সুদ ও ডিস্কাউণ্ট।

১৫২। একজনেব অর্থ আব একজন ব্যবহাব কবিলে সেই ব্যবহাব কবার মূল্য স্বরূপ যে অতিবিক্ত অর্থ দেনাদাব পাওনাদাবকে দেয় তাহাকে **সুদ** বলে। সুদেব আব দুইটি নাম **বৃদ্ধি** ও **কুসীদ**।

কোন নির্দ্দিষ্ট কালেব (যথা ১ মাসেব কি ১ বৎসবেব) নিমিত্ত কোন নির্দ্দিষ্ট পবিমাণ (যথা ১০০ কি ১) টাকাব সুদকে সুদের **হার** বলে।

যে টাকা ধাব দেওয়া যায় তাহাকে **আসল** বা **মূলধন** বলে। সুদ ও আসলেব সমষ্টিকে **সুদ আসল** বলে।

১৫৩। সুদ দ্বিবিধ। ধাব দেওয়া টাকাব উপব যে সুদ তাহাকে **সরল কুসীদ** বা **সরল সুদ** বলে। যদি সেই সুদ যথা সময়ে পবিশোধ কবা না যায়, তবে তাহা আসল গণ্য হইয়া তাহাব আবাব সুদ চলিতে পাবে, এবং সুদ বৎসবান্তে দেয় হইলে, দ্বিতীয় বৎসরে, প্রথম বৎসরেব আসল ও প্রথম বৎসবেব সুদ এই দুয়েব সমষ্টিব উপব সুদ চলিবে, তৃতীয় বৎসবে, দ্বিতীয় বৎসবের সংযুক্ত আসল (অর্থাৎ মূল আসল ও প্রথম বৎসবেব সুদ) ও সেই সংযুক্ত আসলের সুদ এই দুয়েব সমষ্টিব উপর সুদ চলিবে, এবং এইরূপে ক্রমশঃ সুদ চলিবে।

এই প্রকাব সুদকে **চক্রবৃদ্ধি** বলে।

১৫৪। কুসীদ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন সমাধানার্থে সক্ষিপ্ত ও সাধারণ নিয়ম সাঙ্কেতিক লিপি দ্বাবা দেওয়া সহজ এই বিবেচনায় সেই প্রণালী অবলম্বিত হইল।

১৫৫। **সরল কুসীদ। নিয়ম।**

মনে কর, আসলের পরিমাণ = অ মুদ্রা,

সুদের হার শতকরা = হ,

সুদের কাল = ক বৎসর,

মোট সুদের পরিমাণ = স,

মোট সুদ আসল = ম।

তাহা হইলে, ১০০ টাকার সুদ ১ বৎসরে = হ,

$$\text{১ টাকার সুদ ১ বৎসরে} = \frac{\text{হ}}{\text{১০০}},$$

$$\text{১ টাকার সুদ ক বৎসরে} = \frac{\text{ক} \times \text{হ}}{\text{১০০}},$$

$$\text{অ টাকার সুদ ক বৎসরে} = \frac{\text{অ} \times \text{ক} \times \text{হ}}{\text{১০০}}।$$

$$\text{স} = \frac{\text{অ} \times \text{ক} \times \text{হ}}{\text{১০০}} \quad (১)$$

$$\text{ম} = \text{অ} + \text{স} = \text{অ} + \frac{\text{অ} \times \text{ক} \times \text{হ}}{\text{১০০}} \quad (২)$$

অতএব অ, হ, ক, স, ম এই পাঁচটির মধ্যে যে কোন তিনটি জানা থাকিলে (১) ও (২) সমীকরণ হইতে অপর দুইটির নির্ণয় করা যাইতে পারে। নিম্নের উদাহরণে তাহা স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। শতকরা বার্ষিক ৬ টাকা হারে ৩২৫ টাকার সুদ ৩ বৎসরে কত?

এ স্থলে অ = ৩২৫ টাকা,

হ = ৬ টাকা,

ক = ৩ বৎসর,

$$\text{স} = \frac{\text{অ} \times \text{ক} \times \text{হ}}{\text{১০০}} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{\text{৩২৫} \times \text{৩} \times \text{৬}}{\text{১০০}} \text{ টাকা} = \frac{\text{১১৭}}{\text{২}} \text{ টাকা}$$

= ৫৮৷৷০ টাকা।

(২) উদাহরণ। যদি ১৯০৮ খৃষ্টাব্দের ২রা ডিসেম্বরে শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা সুদে ৬৫০ টাকা ধার দেওয়া গিয়া থাকে, তবে ১৯১১ সালের ১৬ই অগষ্টে কত সুদ হইয়া ছিল?

এ স্থলে ক কোন অখণ্ড সংখ্যক বৎসর নহে, ক'র পরিমাণ ২ বৎসর ও এক বৎসরের ভগ্নাংশ। এবং মনে রাখিতে হইবে, দিন হিসাবে গণনা করিতে হইলে, প্রচলিত প্রথানুসারে, ধার দিবার দিন ধরিতে হয়, ও ধার শোধের দিন বাদ দিতে হয়।

অতএব $ক=\left(২+\frac{৩০+৩১+২৮+৩১+৩০+৩১+৩০+৩১+১৫}{৩৬৫}\right)$ বৎসর

$=\left(২+\frac{২৫৭}{৩৬৫}\right)$ বৎসর।

$স=\frac{অ\times ক\times হ}{১০০}=\frac{৬৫০\times\left(২+\frac{২৫৭}{৩৬৫}\right)\times ৫}{১০০}$ টাকা

$=\frac{৬৫\times ২+৬৫\times\frac{২৫৭}{৩৬৫}}{২}$ টাকা

$=৬৫+\frac{৬৫\times ২৫৭}{২\times ৩৬৫}$ টাকা

$=৬৫+\frac{১৩\times ২৫৭}{১৪৬}=৬৫+\frac{৩৩৪১}{১৪৬}$ টাকা

$=৬৫+২২\frac{১২৯}{১৪৬}$ টাকা

$=৮৭+\frac{১২৯}{১৪৬}$ টাকা।

(৩) উদাহরণ। কত দিনে ৫৫০ টাকা বার্ষিক শত করা ৬ টাকা সুদে ৬১৬ টাকা হইবে?

এস্থলে $স=৬১৬-৫৫০=৬৬$,

$অ=৫৫০$,

$হ=৬$।

$৬৬=\frac{৫৫০\times ক\times ৬}{১০০}$, $\qquad ৬৬\times ১০০=৫৫০\times ক\times ৬$,

$ক=\frac{৬৬\times ১০০}{৫৫০\times ৬}=২$ বৎসর।

(৪) উদাহরণ। বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা সুদে কত টাকা ধার দিলে ২ বৎসরে সুদে আসলে ৬১৬ টাকা হইবে?

এস্থলে $ম=৬১৬$, $ক=২$, $হ=৬$,

$$৬১৬=\frac{অ\times(১০০+২\times৬)}{১০০}$$ (১৫৫ ধারার (২) সমীকরণ দ্রষ্টব্য)।

$৬১৬\times১০০=অ\times১১২$,

$অ=\frac{৬১৬\times১০০}{১১২}=৫৫০$ টাকা।

১৫৬। যদি দেনাদার ও পাওনাদার উভয়ের মধ্যে চল্‌তি হিসাব থাকে, তাহা হইলে কখন কখন নিম্নের উদাহরণে প্রদর্শিত প্রণালীতে সুদ ধরা যায়।

উদাহরণ।—

পাওনাদার পায়।		দেনাদার পায়।	
১৯১২ সালের ২ রা এপ্রেল	১০০৲	১৯১১ সালের ৩ রা মার্চ্চ	১০০০০৲
১৯১২ সালের ২২এ এপ্রেল	৯১০০৲	১৯১২ সালের ১২ই মে	২০০০৲

বার্ষিক শতকরা ১৮।০ আনা সুদ ধরিলে ঐ সনের ১৭ই মে পাওনাদারের কত পাওনা?

জমা।			খরচ।		
১৯১২ সালের ২ রা এপ্রেল হইতে ২১এ এপ্রেল ২০ দিন			১৯১২ সালের ৩ রা মার্চ্চ হইতে ১১ই মে ৭০ দিন		
আসল	১০০৲		আসল	১০০০০৲	
সুদ		১৲	সুদ		৩৫০৲
২২এ এপ্রেল হইতে ১৬ই মে ২৫ দিন			১২ই মে হইতে ১৬ই মে ৫ দিন		
আসল	৯২০০৲		আসল .	১২০০০৲	
সুদ		১১৫৲	সুদ		৩০৲
মোট সুদ		১১৬৲	মোট সুদ		৩৮০৲
মোট সুদ আসল		৯৩১৬৲	মোট সুদ আসল		১২৩৮০৲
			উশুল		৯৩১৬৲
১৭ই মে			বাকী		৩০৬৪৲

এই প্রণালীর হিসাবকে গঙ্গা যমুনা প্রণালী বলে, কারণ ইহাতে দেনাদার ও পাওনাদার উভয়ের হিসাব গঙ্গা যমুনার ন্যায় পাশাপাশি চলে।

কিন্তু এ প্রণালী ঠিক নহে, তাহা পরবর্ত্তী হিসাবে দেখা যাইবে।

যথা,—

৩ রা মার্চ্চ হইতে ১লা এপ্রেল—৩০ দিন	আসল ১০০০০৲ সুদ ১৫০৲
২ রা এপ্রেল আদায় ১০০৲,	আসল ১০০০০৲
ঐ টাকা সুদে কর্ত্তন, বাকী	সুদ (১৫০৲ − ১০০৲) = ৫০৲
২রা এপ্রেল হইতে ২২শে এপ্রেল ২০ দিন	আসল ১০০০০৲ সুদ ১০০৲
	মোট সুদ ১৫০৲
২২এ এপ্রেল আদায় ৯১০০৲	
তন্মধ্যে ১৫০৲ সুদে কর্ত্তন ও	
৯১০০৲ − ১৫০৲ = ৮৯৫০৲ আসলে কর্ত্তন	
বাকী	আসল ১০০০০৲ − ৮৯৫০৲
	= ১০৫০৲
২২এ এপ্রেল হইতে ১২ই মে ২০ দিন	আসল ১০৫০৲ সুদ ১০॥৹
১২ই মে হইতে ১৬ই মে ৫ দিন	আসল ১০৫০৲ + ২০০০৲
	= ৩০৫০৲ সুদ ৭॥৵৹
১৭ই মে মোট বাকী	৩০৫০৲ + ১৮৵৹ = ৩০৬৮৵৹

অতএব প্রকৃত বাকী অর্থাৎ পাওনাদাবের প্রকৃত পাওনা ১৭ই মে তারিখে ৩০৬৮৵৹, গঙ্গা যমুনা প্রণালীর হিসাবের ৩০৬৪ টাকা নহে। ইহার কারণ এই—২২ এপ্রেল যখন ১০০৲ টাকা আদায় হইলে তখন পাওনাদারের ১৫০৲ টাকা সুদ পাওনা হইয়াছে, এবং ঐ ১০০৲ টাকা সুদে কর্ত্তন হওয়া কর্ত্তব্য, কেননা, যখন পাওনাদারের ঐ সুদের পাওনা টাকার উপর সুদ চলিবে না, তখন দেনাদারের ঐ ১০০ টাকার উপর সুদ চলা অনুচিত। এবং ২২এ এপ্রেল যখন ৯১০০৲ টাকা আদায় হইল তখনও ঐ টাকা হইতে পাওনাদারের সুদের পাওনা ১৫০৲ কর্ত্তন হইয়া যে ৮৯৫০ বাকী থাকে, কেবল তাহারই সুদ দেনাদারের অনুকূলে চলা উচিত।

সুতরাং দেখা যাইতেছে গঙ্গা যমুনা প্রণালী দেনাদারের পক্ষে কিঞ্চিৎ অনুকূল. ও পাওনাদারের পক্ষে সেই পরিমাণে প্রতিকূল।

১৫৭। চক্রবৃদ্ধি। নিয়ম।

মনে কর আসলের পরিমাণ = অ টাকা,
সুদের হার বার্ষিক শতকরা = ই টাকা,
সুদের কাল　　　　= ক বৎসর,
মোট সুদের পরিমাণ　　= স,
মোট সুদ আসল　　= ম।

এবং মনে কর বৎসরান্তে সুদ আসল গণ্য হইবে। তাহা হইলে,
১০০ৎ টাকার সুদ এক বৎসরে = ই,

১　　　　$=\frac{ই}{১০০}$,

অ　　. .　　$=\frac{অ\times ই}{১০০}$।

এবং প্রথম বৎসরের শেষে মোট সুদ আসল $=অ+\frac{অ\times ই}{১০০}=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)$।

∴ দ্বিতীয় বর্ষের　　　সুদ　$=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)\times\frac{ই}{১০০}$,

দ্বিতীয় বর্ষের শেষে মোট সুদ আসল $=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)$

$$+অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)\times\frac{ই}{১০০}$$

$$=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)$$

$$=অ\times\left(১\times\frac{ই}{১০০}\right)^{২}।$$

এইরূপে তৃতীয় বর্ষের শেষে মোট সুদ আসল $=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)^{৩}$,

চতুর্থ বর্ষের শেষে মোট সুদ আসল $=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)^{৪}$,

ক তম বর্ষের শেষে মোট সুদ আসল $=ম=অ\times\left(১+\frac{ই}{১০০}\right)^{ক}$।

$$\text{এবং} \quad স = ম - অ = অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^{ক} - অ \text{।}$$

উদাহরণ। চক্রবৃদ্ধি প্রণালীতে বার্ষিক শতকরা ৫৲ টাকা সুদে ৩২৫৲ টাকা ধার দিলে ৩ বৎসরের কত সুদ হইবে।

এ স্থলে অ = ৩২৫ টাকা,
হ = ৫ টাকা,
ক = ৩ বৎসর।

$$\text{অতএব} \quad স = ম - অ = অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^{ক} - অ$$
$$= ৩২৫ \times (১\cdot০৫)^{৩} - ৩২৫$$
$$= ৩২৫ \times ১\cdot১৫৭৬২৫ - ৩২৫$$
$$= ৩২৫ \times \cdot১৫৭৬২৫$$
$$= ৫১\cdot২২৮১২৫ \text{ টাকা।}$$

১৫৮। যদি বৎসরান্তে না হইয়া ছয় মাসান্তে কি তিন মাসান্তে সুদ আসলের সামিল হইয়া তাহার সুদ চলে, তবে উপরের সঙ্কেত বাক্যে 'ক' বৎসর না ধরিয়া যতগুলি ষাণ্মাসিক বা ত্রৈমাসিককাল সুদ চলিবে ততসংখ্যক-কাল ধরিতে হইবে, এবং "হ" বার্ষিক সুদের অর্দ্ধেক বা চতুর্থাংশ ধরিতে হইবে। যথা নিম্নের উদাহরণে।

উদাহরণ। চক্রবৃদ্ধি প্রণালীতে সুদ ছয় মাসান্তে দেয় হইলে, বার্ষিক শত করা ৪ টাকা হারে ২৫০ টাকার ২ বৎসরে কত সুদ হইবে?

এস্থলে অ = ২৫০ টাকা,
হ = ৪ − ২ = ২ টাকা,
ক = ২ × ২ = ৪ ষাণ্মাসিককাল।

$$\text{অতএব} \quad স = ম - অ = অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^{ক} - অ$$
$$= ২৫০ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^{৪} - ২৫০$$
$$= ২৫০ \times (১\cdot০২)^{৪} - ২৫০$$

=২৫০ × ১.০৮২৪৩২১৬ — ২৫০

=২৫০ × .০৮২৪৩২১৬ = ২০.৬০৮০৪০০

=২০.৬০৮০৪ টাকা।

১৫৯। যেমন বর্ত্তমানকালে কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণের টাকা ধার দিলে ভবিষ্যতে অর্থাৎ কোন নির্দ্দিষ্টকাল পরে তাহা অপেক্ষা কিছু অধিক টাকা অর্থাৎ সেই টাকা ও তাহার সুদ পাওয়া যায়, সেইরূপ ভবিষ্যতে অর্থাৎ কোন নির্দ্দিষ্টকাল পরে প্রাপ্য কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ টাকা বর্ত্তমানকালে পাইতে ইচ্ছা করিলে এবং দেনাদার দিতে সম্মত হইলে তাহা অপেক্ষা কিছু অল্প টাকা লইতে হয়। কারণ, যে টাকা অগ্রে পাওয়া গেল তাহা পাওনাদার সুদে খাটাইলে নির্দ্দিষ্টকাল পরে তাহা সুদ যোগে বর্দ্ধিত হইবে, সুতরাং তাহার বর্ত্তমান পরিমাণ এরূপ হওয়া উচিত যে, নির্দ্দিষ্টকাল পরে সুদ সমেত তাহা নির্দ্দিষ্ট প্রাপ্য টাকার পরিমাণের সহিত সমান হয়।

ভবিষ্যতে প্রাপ্য টাকা হইতে যে পরিমাণ টাকা বাদ দিলে তাহার **বর্ত্তমান মূল্য** ঠিক হয় সেই পরিমাণ টাকাকে **ডিস্কাউণ্ট** বলে।

ডিস্কাউণ্টের পরিমাণ প্রচলিত সুদের হারের উপর নির্ভর করে, এবং সুদের হার যেমন বার্ষিক শতকরা হিসাবে ধরা যায়, ডিস্কাউণ্টের হারও সেইরূপ বার্ষি শতকরা হিসাবে ধরা যায়। ডিস্কাউণ্টের অর্থ হইতেই স্পষ্ট বুঝা যাইতেছে ডিস্কাউণ্টের হার সুদের হার অপেক্ষা কম।

যথা, সুদের হার বার্ষিক শতকরা ৫৲ টাকা হইলে ডিস্কাউণ্টের হার অবশ্যই তদপেক্ষা ন্যূন হইবে, কারণ, ১০০৲ টাকা হইতে ৫৲ টাকা বাদ দিলে ৯৫৲ টাকা থাকে, কিন্তু ৯৫৲ টাকা এক বৎসরে ৫৲ টাকা সুদে কখনই সুদ সমেত ১০০৲ টাকা হইবে না। প্রকৃত পক্ষে ৫৲ টাকা ১০৫৲ টাকার ডিস্কাউণ্ট, কারণ, (১০৫ — ৫) = ১০০৲ টাকা এক বৎসরে সুদে আসলে ১০৫৲ টাকা হইবে। অতএব ১০৫৲ টাকার ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসরে ৫৲ টাকা।

১৲ টাকার ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসর $\frac{৫}{১০৫}$ টাকা।

১০০৲ টাকার ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসর ১০০ × $\frac{৫}{১০৫}$ টাকা = $\frac{৫০০}{১০৫}$ টাকা।

= $\frac{১০০}{২১}$ = ৪$\frac{১৬}{২১}$ টাকা।

অর্থাৎ সুদের হার বার্ষিক শতকরা ৫৲ টাকা হইলে, ডিস্কাউণ্ট ৪$\frac{১৬}{২১}$ টাকা।

১৬০। ডিস্কাউণ্ট নিরূপণের নিয়ম।

মনে কর প্রাপ্য টাকার পরিমাণ = অ,

প্রাপ্তি কাল = ক বৎসর পরে,

অ'র বর্ত্তমান মূল্য = ব,

প্রচলিত সুদের হার = হ (বার্ষিক শতকরা),

ডিস্কাউণ্টের পরিমাণ = ড।

তাহা হইলে $অ = ব + \frac{ব \times হ \times ক}{১০০}$

$$= ব \times \left(১ + \frac{হ \times ক}{১০০}\right)$$

$$= ব \times \frac{১০০ + হ \times ক}{১০০}।$$

$$ব = অ \times \frac{১০০}{১০০ + হ \times ক}, \quad (১)$$

এবং $ড = অ - ব$

$$= অ - অ \times \frac{১০০}{১০০ + হ \times ক}$$

$$= অ \times \left(১ - \frac{১০০}{১০০ + হ \times ক}\right)$$

$$= \frac{অ \times হ \times ক}{১০০ + হ \times ক}। \quad (২)$$

উদাহরণ। যদি ২৫০৲ টাকা ২ বৎসরের পর প্রাপ্য হয়, এবং সুদের হার বার্ষিক শতকরা ৫৲ টাকা হয়, তবে ঐ টাকার বর্ত্তমান মূল্য ও ডিস্কাউণ্ট কত?

এ স্থলে অ = ২৫০৲

ক = ২৲

হ = ৫৲

অতএব $ব = \frac{অ \times ১০০}{১০০ + হ \times ক} = \frac{২৫০ \times ১০০}{১০০ + ৫ \times ২} = \frac{২৫০০০}{১১০} = \frac{২৫০০}{১১}$

$$= ২২৭\tfrac{৩}{১১},$$

এবং $ড = অ - ব = ২৫০ - ২২৭\tfrac{৩}{১১} = ২২\tfrac{৮}{১১}$।

১৬১। হুণ্ডির কারবার ডিস্কাউন্ট নিরূপণের একটি প্রধান প্রয়োজন স্থল।

যদি কোন বিশ্বস্ত ব্যক্তি অপর ব্যক্তির প্রাপ্য টাকা পরিশোধার্থে তাঁহাকে নির্দ্দিষ্ট কাল পরে সেই টাকা দিবার অঙ্গীকারে হুণ্ডিপত্র লিখিয়া দেয়, এবং হুণ্ডি গ্রহীতা যদি হুণ্ডি ভাঙ্গাইয়া নির্দ্দিষ্ট কালের পূর্ব্বে টাকা পাইতে ইচ্ছা করেন, তবে এমত অনেক ব্যাঙ্ক বা মহাজন আছে যাহাদের নিকট তিনি ঐ হুণ্ডির বর্ত্তমান মূল্য পাইতে পারেন।

৩৫। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত স্থলে সুদ নিরূপণ কর।

(১) ৮০৲ টাকা ২ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ৯৲ টাকা হারে।
(২) ১২৫৲ টাকা ২$\frac{1}{2}$ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ৭$\frac{1}{2}$ টাকা হারে।
(৩) ২৫৬০৲ টাকা ৪ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ১২৲ টাকা হারে।
(৪) ১০৫০৷৷০ টাকা ৫ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ৪৲ টাকা হারে।
(৫) ৭৫০৲ টাকা ২ বৎসরে শতকরা মাসিক ১৷০ টাকা হারে।

২। কত সময়ে ১০০০৲ টাকা বার্ষিক শতকরা ৫৲ টাকা হারে সুদে আসলে ১৫০০৲ হইবে?

৩। কত সময়ে ৪০০০০৲ টাকা বার্ষিক শতকরা ৪৲ টাকা হারে সুদে আসলে ৫০০০০৲ হইবে?

৪। কত হারে ৪০০০৲ টাকা ৮ বৎসরে ৫০০০৲ টাকা হইবে?

৫। কত হারে ১০০০৲ টাকা ৪ বৎসরে ১২৫০৲ টাকা হইবে?

৬। নিম্নলিখিত স্থলে চক্রবৃদ্ধি প্রণালীতে সুদ নিরূপণ কর,—

(১) ৮০৲ টাকা ২ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ১০৲ টাকা হারে।
(২) ১২৫৲ টাকা ২ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ৪৲ টাকা হারে।
(৩) ৫০০৲ টাকা ৩ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ১০৲ টাকা হারে।
(৪) ২০০০৲ টাকা ২ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ৪৲ টাকা হারে।
(৫) ২৫০০০৲ টাকা ৩ বৎসরে শতকরা বার্ষিক ১০৲ টাকা হারে।

৭। নিম্নলিখিত স্থলে বর্ত্তমান মূল্য ও ডিস্কাউন্ট নিরূপণ কর—

(১) ১০০৲ টাকা ১ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদের হার শতকরা বার্ষিক ১২৲ টাকা।

(২) ২০০৲ টাকা ২ বৎসরে পরে প্রাপ্য, সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৫৲ টাকা।

(৩) ৭৮৪৲ টাকা ৩ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৪৲ টাকা।

(৪) ১০২০৲ টাকা ৪ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৯৲ টাকা।

(৫) ৫৭৫৲ টাকা ২ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৭৷৷০ টাকা।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

কোম্পানির কাগজ।

১৬২। কোম্পানির কাগজ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন সুদ নির্ণয়ের প্রশ্ন অথবা এক প্রকার সমানুপাত সম্বন্ধীয় প্রশ্ন।

রাজকার্য্য নির্ব্বাহার্থে গবর্ণমেণ্ট অর্থাৎ রাজপ্রতিনিধি সময়ে সময়ে প্রজার নিকট ঋণ গ্রহণ করিতে বাধ্য হন। ঋণ গ্রহণ করিয়া ঋণ দাতাকে রাজপ্রতিনিধি যে অঙ্গীকার পত্র দেন, ও যাহাতে ঋণের পরিমাণ, তাহার সুদের হার, সুদ দিবার সময়, এবং কখন কখন ঋণ পরিশোধের সময়, লিখিত থাকে, সেই অঙ্গীকার পত্রকে **কোম্পানির কাগজ** বলে।

পূর্ব্বে ইষ্টইণ্ডিয়া কোম্পানি নামক সমিতি ভারতের ব্রিটিষ রাজপ্রতিনিধি ছিলেন, এবং সেই কোম্পানিই উক্ত প্রকার অঙ্গীকার পত্র দিতেন, সেইজন্য ঐরূপ অঙ্গীকার পত্রকে এ দেশে কোম্পানির কাগজ বলে।

কোম্পানির কাগজের সুদ যথাসময়ে যথাস্থানে নিয়মমত পাওয়া যায়। কিন্তু আসল টাকা পরিশোধ করা গবর্ণমেণ্টের ইচ্ছাধীন। তবে কোম্পানির কাগজ গ্রহীতা ইচ্ছা করিলে সেই কাগজ বাজারে বিক্রয় করিয়া তাহার মূল্য পাইতে পারেন। এবং বিক্রয়ের পর হইতে ক্রেতা তাহার সুদ পাইবার অধিকারী হয়েন। অন্যান্য দ্রব্যের ন্যায় কোম্পানির কাগজের মূল্যেরও হ্রাস বৃদ্ধি হয়।

এ দেশে এখন কোম্পানির কাগজের সুদের প্রচলিত হার বার্ষিক শতকরা ৩।৽ টাকা, এবং তাহার সচরাচর মূল্য শতকরা ৯৫৲ কি ৯৬৲ টাকা। অর্থাৎ যে কোম্পানির কাগজে ঋণের পরিমাণ ১০০৲ টাকা ও সুদের হার ৩।৽ টাকা লিখিত আছে তাহা বাজারে বিক্রয় করিতে গেলে ৯৫৲ কি ৯৬৲ টাকা পাওয়া যায়। এবং ক্রেতা ৯৫৲ কি ৯৬৲ টাকা দিয়া ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজ পাইবেন ও বার্ষিক ৩।৽ টাকা সুদ পাইবার অধিকারী হইবেন।

যদি ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ১০০৲ টাকার কম হয়, তবে সেই কমের পরিমাণকে **ডিস্কাউণ্ট** বলে। এবং যদি বেশি হয়, তবে সেই বেশির পরিমাণকে **প্রিমিয়ম** বলে।

১৬৩। কোম্পানির কাগজ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন প্রধানত নিম্নের তিন শ্রেণির অর্থাৎ—

(১) কোম্পানির কাগজের মূল্য সম্বন্ধীয়।

(২) কোম্পানির কাগজের সুদ সম্বন্ধীয়।

(৩) কোম্পানির কাগজের তুলনা বা পরিমাণ সম্বন্ধীয়।

নিম্নের তিনটি উদাহরণ দৃষ্টে এই তিন শ্রেণির প্রশ্ন সমাধানের নিয়ম স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। যদি ৩৷৷৹ টাকা সুদের কাগজের দর শতকরা ৯৫৲ টাকা হয়, তবে ১৯০০০৲ টাকায় কত টাকার কোম্পানির কাগজ পাওয়া যাইবে, এবং ১৯০০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য কত?

প্রশ্নটির প্রথমভাগ ইহাই জানিতে চাহে যে, যদি ৯৫৲ টাকায় ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজ পাওয়া যায়, তবে ১৯০০০৲ টাকায় কত টাকার কাগজ পাওয়া যাইবে।

মনে কর উত্তর, স টাকার। তাহা হইলে দেখা যাইতেছে,

৯৫ ১০০ ১৯০০০ স,

$স \times ৯৫ = ১০০ \times ১৯০০০,$

$স = \frac{১০০ \times ১৯০০০}{৯৫} = ২০০০০।$

প্রশ্নের দ্বিতীয়ভাগ জানিতে চাহে যে, ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ৯৫৲ টাকা হইলে, ১৯০০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য কত হইবে।

মনে কর উত্তর, স টাকা। তাহা হইলে, ১০০ ৯৫ ১৯০০০ স,

$স \times ১০০ = ৯৫ \times ১৯০০০,$

$স = \frac{৯৫ \times ১৯০০০}{১০০} = ১৮০৫০।$

(২) উদাহরণ। যদি ৩৷৷৹ টাকা সুদের ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ৯৫৲ টাকা হয়, তবে ১৯০০০৲ টাকা মূল্যের কোম্পানির কাগজ ক্রয় করিলে, কত সুদ পাওয়া যাইবে?

এই প্রশ্ন ইহাই জানিতে চায় যে, যদি ৯৫৲ টাকায় ৩৷৷৹ টাকা সুদ পাওয়া যায়, তবে ১৯০০০৲ টাকায় কত টাকা সুদ পাওয়া যাইবে।

মনে কর স টাকা। তাহা হইলে, ৯৫ : ১৯০০০ :: $৩\frac{১}{২}$: স,

$স \times ৯৫ = ১৯০০০ \times \frac{৭}{২}$, $স = \frac{১৯০০০ \times ৭}{২ \times ৯৫} = ৭০০$ টাকা।

(৩) উদাহরণ। যদি ৪৲ টাকা সুদের ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ৯২৲ টাকা, ও ৫৲ টাকা সুদের ১০০৲ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ১০৫৲ টাকা হয়, তবে কোন্ প্রকারের কোম্পানির কাগজ বেশি লাভের?

দেখা যাইতেছে,—

প্রথম প্রকার কোম্পানির কাগজে ৯২৲ টাকায় ৪৲ টাকা সুদ পাওয়া যায়,
অর্থাৎ ১৲ টাকায় $\frac{৪}{৯২}$ টাকা সুদ পাওয়া যায়,
আর দ্বিতীয় প্রকার কোম্পানির কাগজে ১০৫৲ টাকায় ৫৲ টাকা সুদ পাওয়া যায়,
অর্থাৎ ১৲ টাকায় $\frac{৫}{১০৫}$ টাকা সুদ পাওয়া যায়।

কিন্তু $\frac{১}{২৩}$ অর্থাৎ $\frac{২১}{৪৮৩}$ অপেক্ষা $\frac{১}{২১}$ অর্থাৎ $\frac{২৩}{৪৮৩}$ বড়,

অতএব ৫৲ টাকা সুদের কোম্পানির কাগজ বেশি লাভের।

৩৬। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত স্থলে কত টাকার কোম্পানির কাগজ ক্রয় করিতে পারা যায়, নির্ণয় কর।—

(১) ৪৮১৮৮/০ মূল্যে ৪৲ টাকা সুদের কাগজ $৯৬\frac{৩}{৪}$ টাকা দরে।

(২) ৪৬৫০৲ মূল্যে ৪৲ টাকা সুদের কাগজ ৯৩৲ টাকা দরে।

(৩) ৬৩০০০৲ মূল্যে $৫\frac{১}{২}$ টাকা সুদের কাগজ ১০৫৲ টাকা দরে।

(৪) ৩৩৮০৲ মূল্যে ৩৲ টাকা সুদের কাগজ $৮৪\frac{১}{২}$ টাকা দরে।

(৫) ২৭০০০৲ মূল্যে ৬৲ টাকা সুদের কাগজ ১০৮৲ টাকা দরে।

২। কত টাকা মূল্যে নিম্নলিখিত পরিমাণ কোম্পানির কাগজ ক্রয় করা যায়, তাহা নির্ণয় কর।—

(১) ১০০০০ টাকার কাগজ ৪৲ টাকা সুদের ৯৭৲ টাকা দরে।

(২) ১২০০০৲ টাকার কাগজ ৫৲ টাকা সুদের ১০৫৲ টাকা দরে।

(৩) ২০০৲ টাকার কাগজ $৪\frac{১}{২}$ টাকা সুদের ১০১৲ টাকা দরে।

(৪) ৬০০৲ টাকার কাগজ ৩৲ টাকা সুদের ৮৮৲ টাকা দরে।

(৫) ১৮০০৲ টাকার কাগজ ৪৲ টাকা সুদের ৯৬৲ টাকা দরে।

৩। নিম্নলিখিত স্থলে কত টাকা সুদ পাওয়া যাইবে, নির্ণয় কব।

(১) ৪৲ টাকা সুদের ৯৬$\frac{৭}{৮}$ টাকা দবেব ৯৬৩৭৷৷০ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে।

(২) ৩৲ টাকা সুদেব ৯৩৲ টাকা দবেব ১৩৯৫০৲ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে।

(৩) ৩$\frac{১}{২}$ টাকা সুদেব ৮৪$\frac{১}{২}$ টাকা দবেব ১৩৫২০৲ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে।

(৪) ৬৲ টাকা সুদেব ১০৫৲ টাকা দবেব ৩১৫০০৲ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে।

৪। নিম্নলিখিত স্থলে কোন্ প্রকাবেব কোম্পানিব কাগজ বেশি লাভেব তাহা নির্ণয় কব।

(১) ৪৲ টাকা সুদেব ৯৬৲ টাকা দবেব কি ৫৲ টাকা সুদেব ১০৮৲ টাকা দবেব।

(২) ৩৲ টাকা সুদেব ৮৪৲ টাকা দবেব কি ৪৲ টাকা সুদেব ৯৬৲ টাকা দবেব।

(৩) ৪৲ টাকা সুদেব ৯৫৲ টাকা দবেব কি ৬৲ টাকা সুদেব ১১৫৲ টাকা দরেব।

(৪) ৩$\frac{১}{২}$ টাকা সুদেব ৯০৲ টাকা দবেব কি ৪৲ টাকা সুদেব ৯৮৲ টাকা দরের।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

একত্র কারবারের লাভ ভাগ।

১৬৪। যদি একের অধিক ব্যক্তি একত্র হইয়া কোন কারবার করে, এবং সেই কারবারে প্রত্যেক অংশী ভিন্ন ভিন্ন পরিমাণ টাকা ভিন্ন ভিন্ন সময়ের জন্য খাটায়, তাহা হইলে কারবারের লাভের অংশ প্রত্যেকে কত পাইবে, ইহা একটি সমানুপাত বিষয়ক প্রশ্ন, এবং ইহার উত্তর নিম্নলিখিত নিয়মে নির্ণয় করা যায়।

নিয়ম। প্রত্যেক অংশীর টাকার পরিমাণ যে সময় পর্য্যন্ত তাহা খাটিয়াছে সেই সময়ের পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা দিয়া গুণ কর, ও সেই গুণফল-গুলির সমষ্টি নির্ণয় কর। তাহার পর এই সমানুপাত লিখ —

যে কোন অংশীর লাভের অংশ মোট লাভ
সেই অংশীর টাকাও সময়ের গুণফল উক্ত গুণফল সমষ্টি।

এই সমানুপাত হইতে ১৪০ ধারার নিয়মানুসারে প্রত্যেক অংশীর লাভের অংশ নির্ণীত হইতে পারে।

যদি সকল অংশীর টাকা একই সময়ের জন্য খাটে, তবে টাকা ও সময়ের গুণফল লইতে হইবে না, টাকার পরিমাণ লইলেই হইবে।

নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে এই নিয়মের হেতু স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ক, খ, ও গ তিন ব্যক্তি একটি কারবারে ২০০৲, ৪০০৲, ও ৫০০৲ টাকা, ৮ মাস, ৬ মাস, ও ৫ মাস খাটাইয়া ২৪০৲ টাকা লাভ করিয়াছে। প্রত্যেকের লাভের অংশ কত হইবে?

ক এর ২০০৲ টকা ৮ মাস খাটা বা ২০০×৮=১৬০০৲ টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

খ এর ৪০০৲ টাকা ৬ মাস খাটা বা ৪০০×৬=২৪০০৲ টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

গ এর ৫০০৲ টাকা ৪ মাস খাটা বা ৫০০×৪=২০০০৲ টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

তাহা হইলে (১৬০০+২৪০০+২০০০৲) টাকা=৬০০০৲ টাকা ১ মাস খাটিয়া ২৪০৲ টাকা লাভ হইয়াছে। সুতরাং,

ক এর খাটান ১৬০০৲ টাকা মোট ৬০০০৲ টাকার যত ভাগের ভাগ,
ক এর লাভের অংশ মোট ২৪০৲ টাকার ঠিক তত ভাগের ভাগ।

অতএব—ক এর লাভের অংশ ২৪০ ১৬০০ ৬০০০।

ক এর লাভের অংশ × ৬০০০ = ২৪০ × ১৬০০,

ক এর লাভের অংশ $=\frac{২৪০ \times ১৬০০}{৬০০০}=$ ৬৪ টাকা।

এইরূপে খ এর লাভের অংশ $=\frac{২৪০ \times ২৪০০}{৬০০০}=$ ৯৬ টাকা,

এবং গ এর লাভের অংশ $=\frac{২৪০ \times ২০০০}{৬০০০}=$ ৮০ টাকা।

(২) উদাহরণ। উপরের প্রশ্নে যদি ক, খ, ও গ তিন ব্যক্তিরই টাকা ৮ মাসের জন্য খাটিত এবং ৩৩০৲ টাকা লাভ হইত, তাহা হইলে প্রত্যেকের লাভের অংশ কত হইত ?

এ স্থলে মোট টাকা যাহা খাটিয়াছে তাহার পরিমাণ ২০০+৪০০+৫০০=১১০০। সুতরাং,

ক এর খাটান ২০০৲ টাকা মোট ১১০০৲ টাকার যত ভাগের ভাগ,
ক এর লাভের অংশ মোট লাভ ৩৩০৲ টাকার ঠিক তত ভাগের ভাগ।

অতএব ক এর লাভের অংশ ৩৩০ ২০০ ১১০০।

ক এর লাভের অংশ × ১১০০ = ৩৩০ × ২০০,

ক এর লাভের অংশ $=\frac{৩৩০ \times ২০০}{১১০০}=$ ৬০ টাকা।

ঐরূপে খ এর লাভের অংশ $=\frac{৩৩০ \times ৪০০}{১১০০}=$ ১২০ টাকা,

এবং গ এর লাভের অংশ $=\frac{৩৩০ \times ৫০০}{১১০০}=$ ১৫০ টাকা।

৩৭। উদাহরণমালা।

১। দুই ব্যক্তিতে এক কারবারে ৪০০০৲ টাকা ও ৫০০০৲ টাকা খাটাইয়া ১৩৫০৲ টাকা লাভ করে। লাভের টাকা কে কত পাইবে ?

২। ক, খ, ও গ ৬০০০৲ টাকা, ৯০০০৲ টাকা ও ১০০০০৲ টাকা দিয়া একটি কারবার চালাইয়া ৩০০০৲ টাকা লাভ করে। লাভের টাকা কে কত পাইবে ?

৩। একটি কারবারে দুই অংশী, ক ও খ। এবং কারবারের মূলধনে ক'র অংশ যত খ'র অংশ তাহার তিনগুণ। কারবারে যদি ২৪০০৲ টাকা লাভ হয়, কে কত টাকা পাইবে?

৪। ক ২০০০৲ টাকা লইয়া একটি দোকান খুলে। চার মাস পরে খ ৩০০০৲ টাকা লইয়া ঐ কারবারে যোগ দেয়। এবং আর দুই মাস পরে গ ৪৫০০৲ টাকা লইয়া তাহাতে যোগ দেয়। দোকান খুলিবার ১ বৎসর পরে দেখা গেল ৯০০৲ টাকা লাভ হইয়াছে। লাভের টাকা কিরূপে ভাগ হইবে?

৫। উপরের উদাহরণে গ যোগ দিবার সময় যদি ক ঐ কারবারের মূলধনে আর ৫০০৲ টাকা যোগ করে, এবং বৎসরান্তে লাভের পরিমাণ যদি ৯১০৲ টাকা হয়, তবে সেই লাভের টাকা কিরূপে ভাগ হইবে?

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

মিশ্রণ।

১৬৫। ভাল মন্দ দ্রব্য মিশ্রণ কার্য্যটা অনেক স্থলেই মন্দ হইলেও কোন কোন স্থলে তাহা নির্দ্দোষ হইতে পারে। এবং ভালই হউক আর মন্দই হউক, তাহা ব্যবসায়ের একটা অঙ্গ। সেই জন্য সুদ ও ডিস্কাউন্ট, কোম্পানির কাগজ, ও একত্র কারবারের লাভ ভাগের সঙ্গে একই অধ্যায়ে **মিশ্রণ** বিষয়ক প্রশ্ন সমাধানের কথা আলোচিত হইল।

মিশ্রণ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন দুই শ্রেণির হইতে পারে।

১ম। ভিন্ন ভিন্ন জানা দরের দ্রব্য ভিন্ন ভিন্ন জানা পরিমাণে মিশ্রিত করিলে, মিশ্র দ্রব্যের দর কত হইবে তাহা নির্ণয় কর।

২য়। ভিন্ন ভিন্ন জানা দরের দ্রব্য কি কি পরিমাণে মিশ্রিত করিলে, মিশ্র দ্রব্যের একটি নির্দ্দিষ্ট দর হইবে তাহা নির্ণয় কর।

এই দুই শ্রেণির প্রশ্নকে সংক্ষেপে **দর নির্ণয়ের** ও **দ্রব্যের পরিমাণ নির্ণয়ের** প্রশ্ন বলা যাইতে পারে।

১৬৬। **মিশ্রণে দর নির্ণয়ের নিয়ম।**

প্রত্যেক দরের অঙ্ক সেই দরের দ্রব্যের পরিমাণের অঙ্ক দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলের সমষ্টিকে দ্রব্যগুলির পরিমাণের অঙ্কের সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে, যে ভাগফল হয় তাহাই মিশ্র দ্রব্যের দর।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। যদি ৪৲ টাকা মণের ৩ মণ, ৫৲ টাকা মণের ৪ মণ, এবং ৬৲ টাকা মণের ৫ মণ, চাউল একত্র মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্র চাউলের দর কত হইবে?

এ স্থলে ৩ মণ চাউলের মূল্য ৩ × ৪ = ১২৲ টাকা,
৪ মণ চাউলের মূল্য ৪ × ৫ = ২০৲ টাকা,
৫ মণ চাউলের মূল্য ৫ × ৬ = ৩০৲ টাকা,
১২ মণ মিশ্র চাউলের মূল্য = ১২ + ২০ + ৩০ = ৬২৲ টাকা,
১ মণ মিশ্র চাউলের মূল্য = ৬২/১২ টাকা = ৫৵৮ পাই।

১৬৭। মিশ্রণে দ্রব্যের পরিমাণ নির্ণয়ের নিয়ম নির্দ্ধারণের পূর্ব্বে কএকটি কথা মনে রাখিতে হইবে।

প্রথমতঃ। মিশ্র দ্রব্যের দর অপেক্ষা মিশাইবার দ্রব্যগুলির মধ্যে অন্ততঃ একটির দর কম ও একটির দর বেশি হওয়া আবশ্যক।

কারণ, মিশ্র দ্রব্যের দর অবশ্যই মিশ্রিত দ্রব্যগুলির দরের মধ্যে সর্ব্ব উচ্চ দরের অপেক্ষা কম ও সর্ব্ব নিম্ন দরের অপেক্ষা বেশি হইবে।

দ্বিতীয়তঃ। যদি দুইটি দ্রব্য মিশ্রিত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেকটির পরিমাণ অপরটির দরের ও মিশ্র দ্রব্যের দরের মধ্যে অন্তরজ্ঞাপক সংখ্যার সমানুপাতী হওয়া আবশ্যক।

কারণ, তাহা হইলে উচ্চ দরের দ্রব্য মিশ্রণে মিশ্র দ্রব্যের দরের হিসাবে মূল্যের উপর যে পরিমাণ মূল্য বাড়িবে, নিম্ন দরের দ্রব্য মিশ্রণে মিশ্র দ্রব্যের দরের হিসাবে মূল্য হইতে ঠিক সেই পরিমাণে মূল্য কমিবে।

মনে কর ২০৲ টাকা মণের দ্রব্য, ও ১২৲ টাকা মণের দ্রব্য মিশাইয়া ১৮৲ টাকা মণের মিশ্র দ্রব্য প্রস্তুত করিতে হইবে। তাহা হইলে,

(২০ – ১৮) মণ = ২ মণ ১২৲ টাকা দরের দ্রব্য, এবং

(১৮ – ১২) মণ = ৬ মণ ২০৲ টাকা দরের দ্রব্য

মিশাইতে হইবে। কেননা—

১২৲ টাকা দরের ২ মণের মূল্য, ১৮৲ টাকা দরের ২ মণের মূল্য অপেক্ষা (২০ – ১৮) × (১৮ – ১২) = ১২৲ টাকা কম।

এবং ২০৲ টাকা দরের ৬ মণের মূল্য, ১৮৲ টাকা দরের ৬ মণের মূল্য অপেক্ষা (১৮ – ১২) × (২০ – ১৮) = ১২৲ টাকা বেশি।

যদি দুটি অপেক্ষা অধিক প্রকারের দ্রব্য মিশ্রিত করিতে হয়, তবে উক্ত নিয়মে মিশ্র দ্রব্যের দর অপেক্ষা কম দরের একটি ও বেশি দরের একটি এই রূপে যুগ্ম যুগ্ম করিয়া দ্রব্যগুলি লইয়া মিশ্রিত করিতে হইবে, এবং তাহাতে যোড় মিলাইবার নিমিত্ত কোন দ্রব্য একের অধিকবার লইতে হইলে ক্ষতি নাই, তবে সে ক্ষেত্রে সেই দ্রব্যের মোট পরিমাণ তাহার প্রত্যেক বারের পরিমাণের সমষ্টি ধরিতে হইবে।

১৬৮। একণে **মিশ্রণে দ্রব্যের পরিমাণ নির্ণয়ের নিয়ম** নিয়ে সজ্জেপে লিখিত হইতেছে।

একটি উপব নীচে লম্বা সবল বেখা টানিয়া তাহার বামে মিশ্র দ্রব্যের নির্দ্দিষ্ট দব ও দক্ষিণে মিশ্রিত কবিবাব দ্রব্যগুলিব দব নিম্নতম দর হইতে আবম্ভ কবিয়া ক্রমান্বয়ে লিখ। তাহাব পব সেই দবগুলি তুইটি তুইটি কবিয়া বেখা দ্বাবা এইরূপে সংযুক্ত কব যে, প্রত্যেক সংযুক্ত যুগ্ম দবেব একটি মিশ্র দ্রব্যেব দব অপেক্ষা বেশি ও অপরটি মিশ্র দ্রব্যেব দব অপেক্ষা কম হয়, এবং কোন দবটি অসংযুক্ত না থাকে। তদনন্তব প্রত্যেক দবেব দক্ষিণে সেই দবেব সহিত সংযুক্ত দবেব ও মিশ্র দ্রব্যেব দবেব অন্তব জ্ঞাপক অঙ্ক লিখ। যেখানে কোন দব একেব অধিক দরেব সহিত সংযুক্ত, সে স্থলে সেই দবেব দক্ষিণে একেব অধিক এইরূপ অঙ্ক পৃথক্ পৃথক্ লিখিতে হইবে। প্রত্যেক দবেব দক্ষিণ পার্শ্বে লিখিত অঙ্ক বা পৃথক্ পৃথক্ লিখিত অঙ্কেব সমষ্টি সেই দবেব দ্রব্যেব পবিমাণ জ্ঞাপক হইবে।

এই নিয়মেব হেতু ১৬৭ ধাবাব লিখিত কথায় প্রতি প্রণিধান কবিলে বুঝা যাইবে, এবং নিম্নেব উদাহবণ দ্বাবা তাহা আবও স্পষ্টীকৃত হইবে।

উদাহরণ। ২৲ টাকা সেবেব, ৪৲ টাকা সেবেব, ৬৲ টাকা সেবেব, ৮৲ টাকা সেবেব, ও ১০৲ টাকা সেবেব, এই পাঁচ প্রকার দ্রব্য কি কি পবিমাণে মিশ্রিত কবিলে মিশ্র দ্রব্যেব মূল্য ৭৲ টাকা সেব হইবে?

উপরেব লিখিত নিয়মানুসাবে প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে, যথা,—

	২	৩
	৪	১
৭	৬	১
	৮	৩+১
	১০	৫

অতএব ২৲ টাকা দবেব ৩ সেব, ৪৲ টাকা দরের ১ সের,
৬৲ টাকা দবেব ১ সেব, ৮৲ টাকা দবের ৩+১ সেব,
১০৲ টাকা দরের ৫ সেব,
মিশ্রিত করিলে ১৪ সেব মিশ্র দ্রব্যেব দব ৭৲ টাকা সেব হইবে।

কারণ, ১৬৭ ধারায় লিখিত যুক্তি অনুসারে,

২৲ টাকা দরের ৩ সের,

ও ১০৲ টাকা দরের ৫ সের দ্রব্য মিশাইলে সেই ৮ সেরের দর ৭৲ টাকা হইবে,

এবং ৪৲ টাকা দরের ১ সের,

ও ৮৲ টাকা দরের ৩ সের দ্রব্য মিশাইলে সেই ৪ সেরের দর ৭৲ টাকা হইবে,

আর ৬৲ টাকা দরের ১ সের,

ও ৮৲ টাকা দরের ১ সের দ্রব্য মিশাইলে সেই ২ সেরের দর ৭৲ টাকা হইবে।

এবং যখন এই তিন প্রকার মিশ্র দ্রব্যের, অর্থাৎ ৮ সের, ৪ সের, ২ সের প্রত্যেকের, দর ৭৲ টাকা হইতেছে, তখন তাহাদের একত্র করিলে যে (৮+৪+২) সের অর্থাৎ ১৪ সের মিশ্র দ্রব্য হইবে, তাহার দরও অবশ্যই ৭৲ টাকা হইবে।

৩৮। উদাহরণমালা।

১। যদি ১৫৲ টাকা মণের ৩ মণ চিনি, ১৩৷৷০ টাকা মণের ৪ মণ চিনি ও ১১৲ টাকা মণের ৫ মণ চিনি মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্র চিনির দর কত হইবে?

২। যদি ১২৲ টাকা সেরের ২ সের, ১১৷৷০ টাকা সেরের ৩ সের, ও ৯৲ টাকা সেরের ৪ সের, কোন দ্রব্য মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্রিত দ্রব্যের পোয়া কত করিয়া পড়িবে?

৩। যদি ৪৲ টাকা মণের ১০ মণ, ৪৷৷০ টাকা মণের ১২ মণ, ও ৩৷০ টাকা মণের ৮ মণ চাউল মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্র চাউলের মণ কত করিয়া পড়িবে?

৪। কি কি পরিমাণে ৩৲ টাকা, ৫৲ টাকা, ও ৬৲ টাকা মণের চাউল মিশাইলে মিশ্র চাউলের দর ৪৲ টাকা মণ হইবে?

৫। এক প্রকার মিশ্র ধাতুর সের ৸৶০ আনা, এবং যে দুই ধাতু মিশ্রিত হইয়াছে তাহাদের সের ৸০ ও ১।০ আনা। কি কি পরিমাণে সেই ধাতুদ্বয় মিশ্রিত করা হইয়াছে?

অষ্টম অধ্যায়।

বর্গ মূল।

১৬৯। কোন সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দিয়া গুণ করিলে, গুণফলকে সেই সংখ্যার **বর্গ** বা দ্বিতীয়শক্তি বলে। এবং সেই সংখ্যাকে সেই গুণফলের **বর্গমূল** বলে।

যথা, $৩ \times ৩ = ৩^২ = ৯$,

এ স্থলে ৯কে ৩এর বর্গ বা দ্বিতীয়শক্তি বলে,

এবং ৩কে ৯এর বর্গমূল বলে।

কোন সংখ্যার বর্গমূলের চিহ্ন এই, $\surd$, এবং তাহা সেই সংখ্যার বামে স্থাপিত হয়। যথা, $\surd ৯ = ৩$।

১৭০। যে কোন সংখ্যার বর্গ বা দ্বিতীয়শক্তি সহজেই নির্ণয় করা যায়, কারণ তাহা গুণনের ফল। কিন্তু যে কোন সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় করা তত সহজ নহে। এবং অনেক স্থলেই বর্গমূলের ঠিক পরিমাণ নিরূপণ করা যায় না, তবে যত দূর ইচ্ছা তাহার সন্নিহিত হওয়া যায়।

বর্গমূল নির্ণয়ের নিয়ম, এবং যেখানে তাহা ঠিক নির্ণেয় নহে, সেখানে তাহার যথেচ্ছা সন্নিহিত সংখ্যা নির্ণয়ের নিয়ম, পরে নিরূপিত করা যাইবে। এক্ষণে এই মাত্র বলা যাইতেছে যে, $\surd ৪ = ২$, কিন্তু $\surd ৫$ নির্ণয় করিতে গেলে দেখা যায়, তাহা ২ নহে ৩ ও নহে, কারণ $২^২ = ৪$, $৩^২ = ৯$। তবে তাহা ২ অপেক্ষা বড় ও ৩ অপেক্ষা ছোট। পরে যে নিয়ম নিরূপিত হইবে, তদনুসারে দেখা যায় $\surd ৫ = ২{\cdot}২৩৬$ এবং ২·২৩৬এর পরে আর দশমিকের অধিক ঘর না লইলে দেখা যায় $২{\cdot}২৩৬ \times ২{\cdot}২৩৬ = ৪{\cdot}৯৯৯৬৯৬$।

কিন্তু ৪·৯৯৯৬৯৬ এই সংখ্যা ৫ অপেক্ষা একটু ছোট, এবং ৫এর সহিত তাহার প্রভেদ $= {\cdot}০০০৩০৪$। পরে দেখা যাইবে বর্গমূল নির্ণয়ের ক্রিয়া আরও অধিক দূর চালাইলে এই প্রভেদ টুকু ক্রমশঃ যত ইচ্ছা কম করা যাইতে পারে।

দেখা যাইতেছে ৫এর বর্গমূলের অখণ্ডভাগ ২ এবং তাহার উপরে ·২৩৬ বর্গমূলের এই অংশের দশমিক।

১৭১। যে হেতুক

$\sqrt{১} = ১,$ $\quad$ $\sqrt{১০০} = ১০,$

$\sqrt{১০০০০} = ১০০,$ $\quad$ $\sqrt{১০০০০০০} = ১০০০,$

ইত্যাদি $\quad$ ইত্যাদি,

অতএব, ১ ও ১০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ১টি অঙ্ক থাকিবে,

১০০ ও ১০০০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ২টি অঙ্ক থাকিবে,

১০০০০ ও ১০০০০০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ৩টি অঙ্ক থাকিবে, ইত্যাদি ইত্যাদি।

সুতরাং যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্কের উপর একটি বিন্দু দিয়া তাহার বামে এক ঘর অন্তরে প্রতি ঘরের অঙ্কের উপর বিন্দু দেওয়া যায়, সেই বিন্দুর সংখ্যা সেই সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগের অঙ্ক সংখ্যা জ্ঞাপক হইবে। যথা ২৪১৬ বিন্দুযুক্ত হইলে ২৪১৬ হইবে, সুতরাং তাহার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ২টি অঙ্ক আছে। এই নিয়ম দ্বারা অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগের অঙ্ক সংখ্যা জানা যায়।

১৭২। যে হেতুক,

$$\sqrt{\cdot ১} \quad \sqrt{\tfrac{১}{১০}} = \sqrt{\tfrac{১০}{১০০}} = \frac{\sqrt{১০}}{১০},$$

$$\sqrt{\cdot ৩৪} = \sqrt{\tfrac{৩৪}{১০০}} = \frac{\sqrt{৩৪}}{১০},$$

$$\sqrt{\cdot ৩৪} = \sqrt{\tfrac{৩৪}{১০০}} = \sqrt{\tfrac{৩৪০০}{১০০০০}} = \frac{\sqrt{৩৪০০}}{১০০},$$

$$\sqrt{\cdot ৪৫৭} = \sqrt{\tfrac{৪৫৭}{১০০০}} = \sqrt{\tfrac{৪৫৭০}{১০০০০}} = \frac{\sqrt{৪৫৭০}}{১০০},$$

$$\sqrt{২৪\cdot ৩} = \sqrt{\tfrac{২৪৩}{১০}} = \sqrt{\tfrac{২৪৩০}{১০০}} = \frac{\sqrt{২৪৩০}}{১০},$$

$$\sqrt{৩৫\cdot ২৪} = \sqrt{\tfrac{৩৫২৪}{১০০}} = \frac{\sqrt{৩৫২৪}}{১০},$$

ইত্যাদি $\quad$ ইত্যাদি,

অতএব দেখা যাইতেছে যে,

অখণ্ড সংখ্যাব সহিত সংযুক্ত বা অসংযুক্ত যে কোন দশমিক ভগ্নাংশেব বর্গমূল নির্ণয় কবিতে হইলে, আবশ্যক মত তাহাব দক্ষিণে শূন্য দিয়া দশমিক ঘবের সংখ্যা যুগ্ম কবিয়া লইতে হইবে, এবং অখণ্ডভাগে ১৭১ ধারা মত বিন্দু দিয়া ও দশমিক ভাগেব প্রত্যেক দ্বিতীয় ঘবেব উপব বিন্দু দিয়া, নিম্নের ১৭৪ ধাবাব নিয়ম মত বর্গমূল নির্ণয়েব ক্রিয়া চালাইতে হইবে। বর্গে দশমিকেব যত ঘব থাকিবে, বর্গমূলে তাহাব অর্দ্ধেক সংখ্যক দশমিকের ঘব থাকিবে।

১৭৩। যে হেতুক $১^২=১$, $২^২=৪$,
$৩^২=৯$, $৪^২=১৬$,
$৫^২=২৫$, $৬^২=৩৬$,
$৭^২=৪৯$, $৮^২=৬৪$,
$৯^২=৮১$, $১০^২=১০০$,

অতএব,

কোন সংখ্যা পূর্ণ বর্গ হইলে তাহাব এককেব ঘবেব অঙ্ক ১, ৪, ৫, ৬ বা ৯ হইবে অথবা এককেব ও দশকেব ঘবেব অঙ্ক ০ হইবে।

কাবণ বর্গমূলেব এককেব ঘবে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ০ ইহার মধ্যে কোন একটি অঙ্ক অবশ্যই থাকিবে, এবং

১ বা ৯ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ১ থাকিবে,
২ বা ৮ থাকিলে তাহাব বর্গে এককেব ঘবে ৪ থাকিবে,
৩ বা ৭ থাকিলে তাহার বর্গে এককেব ঘবে ৯ থাকিবে,
৪ বা ৬ থাকিলে তাহাব বর্গে এককেব ঘবে ৬ থাকিবে,
৫ থাকিলে তাহাব বর্গে এককেব ঘবে ৫ থাকিবে,
ও ০ থাকিলে তাহাব বর্গে এককেব ঘবে ০ থাকিবে,
(এবং দশকেব ঘবেও ০ থাকিবে)।

সুতরাং যদি কোন সংখ্যার এককের ঘবে ২, ৩, ৭ বা ৮ থাকে, অথবা এককের ঘবে ০ থাকিয়া দশকেব ঘরে ০ না থাকে, তবে তাহা পূর্ণ বর্গ হইতে পাবে না।

১৭৪। এক্ষণে বর্গমূল নির্ণয়ের নিয়ম নিরূপণ করা যাইবে।

দেখা যাউক বর্গমূল হইতে বর্গ সংখ্যা কিরূপে উৎপাদিত হয়।

$$৪৮^২ = ২৩০৪,$$

কিন্তু ইহা হইতে বর্গমূল নিরূপণের কোন সঙ্কেতই পাওয়া গেল না। এক্ষণে ৪৮কে বিশ্লিষ্ট করিয়া দেখা যাউক কোন সঙ্কেত পাওয়া যায় কি না।

$$৪৮^২ = (৪০+৮)^২ = (৪০+৮)\times(৪০+৮)$$
$$= ৪০\times(৪০+৮)+৮\times(৪০+৮)$$
$$= ৪০^২+৪০\times৮+৪০\times৮+৮^২$$
$$= ৪০^২+২\times৪০\times৮+৮^২ \text{।}$$

ইহাতে দেখা যাইতেছে ৪৮এর বর্গ ৪০এর বর্গ, ৮এর বর্গ, এবং ৮ ও ৪০এর গুণফলের দ্বিগুণ, এই তিনটি রাশির সমষ্টি, এবং $৪০^২+২\times৪০\times৮+৮^২$ এই অঙ্কাবলি হইতে ৪৮ অর্থাৎ ৪০+৮ নিম্নলিখিত প্রক্রিয়া দ্বারা পাওয়া যায়,—

$$
\begin{array}{l|l}
 & ৪০^২+২\times৪০\times৮+৮^২(৪০+৮ \\
 & ৪০^২ \\
\hline
২\times৪০+৮ & ২\times৪০\times৮+৮^২ \\
 & ২\times৪০\times৮+৮^২
\end{array}
$$

অর্থাৎ বর্গমূলের প্রথম ভাগ ৪০, বর্গের প্রথম ভাগ $৪০^২$ এর বর্গমূল। এই ৪০ দক্ষিণে রাখিয়া, তাহার বর্গ $৪০^২$ মোট বর্গ রাশি হইতে বাদ দিয়া, বাকি $২\times৪০\times৮+৮^২$ রহিল। তাহা হইতে ৮ পাইবার নিমিত্ত, বর্গমূলের প্রথম ভাগ অর্থাৎ ৪০কে ২ দিয়া গুণ করিয়া তদ্দারা বর্গের $২\times৪০\times৮$ এই অংশকে ভাগ করিতে হয়। এবং সেই ভাগফল ৮ দক্ষিণে ৪০এর পর লিখিয়া ও বামে ২×৪০ এর পর লিখিয়া সেই $(২\times৪০+৮)$ কে ৮ দিয়া গুণ করিলে, বর্গের বাকি অংশ, $২\times৪০\times৮+৮^২$এর সহিত মিলিয়া গেল।

উপরের প্রক্রিয়াটি এইরূপে ও লেখা যাইতে পারে।

$$
\begin{array}{l|l}
 & ১৬০০+৬৪০+৬৪(৪০+৮ \\
 & ১৬০০ \\
\hline
৮০+৮ & ৬৪০+৬৪ \\
 & ৬৪০+৬৪
\end{array}
$$

অথবা শূন্যগুলি বাদ দিয়া আরও সজ্ঞেপে ঐ প্রক্রিয়া এইরূপে লেখা যাইতে পাবে—

```
      ২৩০৪(৪৮
      ১৬
     -----
 ৮৮ | ৭০৪
    | ৭০৪
```

যদি বর্গ বাশিটি এরূপ হয় যে তাহাব বর্গমূল ৩টি অঙ্ক বিশিষ্ট, যথা ৪৮৩, তাহা হইলে ৪ ও ৮ এই দুইটি অঙ্ক পাওয়াব পর তৃতীয় অঙ্ক ৩ পাইবার নিমিত্ত এইরূপ বিশ্লেষণ কবিতে হইবে, যথা—

$$৪৮৩^২ = (৪৮০ + ৩)^২$$

$$= ৪৮০^২ + ২ \times ৪৮০ \cdot ৩ + ৩ \text{ ।}$$

এবং তাহাব পব পূর্ব্ব প্রদর্শিত প্রক্রিয়াব প্রযোগ কবিতে হইবে। উপরে যাহা বলা হইলে তাহা হইতে নিম্নলিখিত নিয়মটি পাওয়া যায়—

বর্গমূল নির্ণয়ের নিয়ম।

যে বাশিব বর্গমূল নির্ণয় কবিতে হইবে তাহা দশমিক ভগ্নাংশ সংযুক্ত হইলে, আবশ্যক মত দশমিকেব দক্ষিণে ০ যোগ কবিয়া দশমিকেব ঘবের সংখ্যা যুগ্ম কবিয়া লও। ও তাহাব পব তাহাব একেকব অঙ্কের উপর একটি বিন্দু দিয়া তাহাব বামে ও দক্ষিণে এক এক ঘব অন্তরে প্রত্যেক অঙ্কেব উপব এক একটি বিন্দু দাও। তাহাতে বাশিটিব অঙ্কগুলি দুইটি কবিয়া এক এক ভাগে বিভক্ত হইবে, কেবল অখণ্ডভাগেব বামেব শেষভাগে দুইটি অথবা একটি মাত্র অঙ্ক থাকিতে পাবে। এবং অখণ্ডভাগে ও দশমিক ভাগে এইরূপ যতগুলি কবিয়া ভাগ হইল, বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ও দশমিক ভাগে ততগুলি কবিয়া অঙ্ক থাকিবে।

তদনন্তব প্রদত্ত বাশিব বামেব সর্ব্বশেষভাগের অনধিক যে সর্ব্বোচ্চ অঙ্কেব বর্গ সেই অঙ্ক ঐ বাশিব দক্ষিণে লিখ, ও তাহাব বর্গ ঐ ভাগেব নিম্নে লিখিয়া ঐ ভাগ হইতে বিযুক্ত কবিয়া বিয়োগফল তাহাব নিম্নে লিখ ও তাহাব দক্ষিণে প্রদত্ত বাশিব পববর্ত্তী ভাগ অর্থাৎ অঙ্কদ্বয় লিখ।

তাহাতে যে বাশিটি পাওয়া গেল তাহাব একেকর ঘবেব অঙ্ক বাদে যাহা থাকে তাহাকে ভাজ্য মনে কবিয়া, বর্গমূলের যে অঙ্কটি পাওয়া গিয়াছে

তাহাকে দ্বিগুণ করিয়া ভাজকরূপে স্থাপিত করিয়া তদ্দ্বারা ভাগ কর, এবং ভাগফল বর্গমূলের প্রথম অঙ্কের দক্ষিণে ও উক্ত ভাজকেরও দক্ষিণে লিখিয়া, যে সম্পূর্ণ ভাজক হইল তাহাকে ঐ অঙ্ক দ্বারা গুণ করিয়া গুণফল ভাজ্যের নিম্নে লিখ। এবং ভাজ্য হইতে তাহা বাদ দিয়া বিয়োগফল নিম্নে লিখিয়া তাহার দক্ষিণে প্রদত্ত রাশির পরবর্ত্তী অর্থাৎ তৃতীয় ভাগ লিখ। তাহাতে যে রাশিটি পাওয়া গেল তাহার এককের অঙ্ক বাদে অবশিষ্টকে আবার ভাজ্য মনে করিয়া পূর্ব্বোক্ত মত প্রক্রিয়া চালাও, যে পর্য্যন্ত না প্রদত্ত রাশির সকল ভাগগুলি নিঃশেষিত হয়।

(১) উদাহরণ। ১২৭৬৯ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

```
      ১২৭৬৯(১১৩
      ১
২১  | ২৭
    | ২১
২২৩ |  ৬৬৯
    |  ৬৬৯
```

অতএব বর্গমূল = ১১৩।

(২) উদাহরণ। ১২৭·৬৯এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

```
      ১২৭·৬৯(১১·৩
      ১
২১  | ২৭
    | ২১
২২৩ |  ৬৬৯
    |  ৬৬৯
```

বর্গমূল = ১১·৩।

১৭৫। যে হেতুক,

$$\sqrt{৫} = \sqrt{\frac{৫০০}{১০০}} = \frac{\sqrt{৫০০}}{১০},$$

$$\sqrt{২২·৫} = \sqrt{\frac{১২৫০০০}{১০০০০}} = \frac{\sqrt{১২৫০০০}}{১০০},$$

$$\text{অথবা} = \sqrt{\frac{১২৫০০০০০}{১০০০০০০}} = \frac{\sqrt{১২৫০০০০০}}{১০০০},$$

ইত্যাদি ইত্যাদি,

অতএব যদি কোন রাশির ঠিক বর্গমূল না পাওয়া যায়, তবে তাহাব দক্ষিণে ক্রমশঃ দুই দুইটি কবিয়া ০ শূন্য দিয়া বর্গমূল আকর্ষণ ক্রিয়া যতদূর ইচ্ছা চালান যাইতে পাবে, এবং প্রদত্ত বাশিতে সংযুক্ত প্রত্যেক শূন্যদ্বয়েব স্থলে বর্গমূলেব দশমিক ভাগে এক একটি কবিয়া ঘর বাড়িতে থাকিবে, ও লব্ধ বর্গমূল ক্রমশঃ প্রকৃত বর্গমূলের সন্নিহিত হইতে থাকিবে।

(১) উদাহবণ। ৫এব বর্গমূল নির্ণয় কব।

১৭৬। সামান্য ভগ্নাংশেব বর্গমূল নির্ণয় কবিতে হইলে, তাহাকে দশমিক ভগ্নাংশে আনিয়া সেই দশমিকেব বর্গমূল নির্ণয় কবাই সহজ উপায়। তবে যদি কোন স্থলে সামান্য ভগ্নাংশেব লব ও হব উভয়ই পূর্ণ বর্গ রাশি হয়, তাহা হইলে তাহার লবেব ও হবেব বর্গমূল নির্ণয় কবিলে সেই বর্গমূলদ্বয় ভগ্নাংশেব বর্গমূলের লব ও হব হইবে।

যথা, $\sqrt{\frac{১৬}{২৫}} = \frac{৪}{৫}$।

১৭৭। পূর্ব্বে ১১৩ ও ১২২ ধাবাতে আভাস দেওয়া হইয়াছে যে সমকোণী সমবাহু চতুর্ভুজেব ক্ষেত্রেব বাহুতে যে সংখ্যক দৈর্ঘ্য মাপের মূল এক থাকে তাহাব ক্ষেত্রফলে সেই সংখ্যাব বর্গ সংখ্যক মূল একের পবিমিত বাহু বিশিষ্ট সমচতুর্ভুজ থাকে। যথা কোন সমচতুর্ভুজের বাহু ১২ বৈখিক ইঞ্চ হইলে, তাহার ক্ষেত্রফল ১২ × ১২ বর্গ ইঞ্চ অর্থাৎ $১২^২$ বর্গ ইঞ্চ হইবে। সুতরাং কোন সমচতুর্ভুজেব ক্ষেত্রফল $১২^২$ বর্গ ইঞ্চ হইলে তাহাব বাহু $\sqrt{১২^২}$ অর্থাৎ ১২ বৈখিক ইঞ্চ হইবে।

অতএব দেখা যাইতেছে, কোন সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল যত, তাহার বাহুর পরিমাণ সেই ক্ষেত্রফলের বর্গমূল।

উদাহরণ। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৬২৫ বর্গ বিঘা। তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

বাহুর পরিমাণ $= \sqrt{৬২৫} = ২৫$ বৈখিক বিঘা।

৩৯। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত রাশিগুলির বর্গমূল নির্ণয় কর।

(১) ৪৪১, ৯৬১, ৯৮০১, ১২৩২১।

(২) ১৬৮১, ২৬০১ ১১০৮৮৯।

(৩) ৬২৫, ১২২৫ ২০২৫, ৫৬২৫।

(৪) ১৫১২৯, ৫৪৭৫৬, ১৮২২৫।

(৫) ১২৩৪৩২১, ১০০২০০১।

২। দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত নিম্নের সংখ্যাগুলির বর্গমূল নির্ণয় কর।

(১) ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮।

(২) ·১, ·০০২, ১০০·০০১, ৯।

(৩) ১১, ১২, ১৩, ১৪।

(৪) $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৫}$, $\frac{১}{৬}$।

(৫) $\frac{২}{৩}$, $\frac{৭}{১১}$, $\frac{২৫}{৩৬১}$।

৩। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ বিঘা। তাহার বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

৪। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৫ একার। তাহার বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরমালা।

১। (১৮ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ১০, ১২, ১৫, ১৯, ২৮, ৪৩, ৫৬, ৬১, ৮৪, ৯২।
   (২) ১০১, ১১০, ১৫৪, ৩০০, ৪০৫, ৫০৮, ৭৭৪।
   (৩) ১০০০০১, ২০০৩০০, ৩০৬৭০৯, ৪৫৬০০৪, ৫৬৭৪৩২।
   (৪) ৫৬৪৩২১৭৮।

২। (১) আঠার, কুড়ি, সাঁইত্রিশ, আটান্ন, উনষাট, পঁচাশি, সাতানব্বই।
   (২) দুইশত তিন, তিনশত চল্লিশ, চারশত ছাপান্ন, ছয়শত নব্বই, সাতশত আট, নয়শত নিরেনব্বই।
   (৩) এক সহস্র নয়, দুই সহস্র উনত্রিশ, তিন সহস্র নব্বই, চার সহস্র আটশত বাষট্টি।
   (৪) বার কোটি চৌত্রিশ লক্ষ ছাপান্ন সহস্র সাতশত উননব্বই, আটানব্বই কোটি ছিয়াত্তর লক্ষ চুয়ান্ন সহস্র তিনশত একুশ, দশ কোটি কুড়ি লক্ষ ত্রিশ সহস্র চারশত পাঁচ।

৩। ১০০০+৯, ২০০০+২০+৯, ৩০০০+৬০০+৯০, ৪০০০+৮০০+৬০+৭।

১০০০০০০০০+২০০০০০০০+৩০০০০০০+৪০০০০০+৫০০০০+৬০০০+৭০০+৮০+৯,

৯০০০০০০০০+৮০০০০০০০+৭০০০০০০+৬০০০০০+৫০০০০+৪০০০+৩০০+২০+১,

১০০০০০০০০+২০০০০০০+৩০০০০+৪০০+৫।

২। (২২ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ৪৫। (২) ১৩৫। (৩) ৪৫৯। (৪) ৩০৫৭।

২। ৫৩৪৫৬৮৮৮৮।

৩। ১৭৩৮। ৪। ২৮০।

৫। (১) ১৭১। (২) ২৩১। (৩) ২৫৬। (৪) ৫১২। (৫) ৩৬০:

৩। (২৭ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ৬। (২) ৯। (৩) ১০। (৪) ১১। (৫) ১৮। (৬) ১৭৮৮৮২। (৭) ৪১৩৪৩০। (৮) ৯০৯০৯।

২। ৪৫০০।

৩। ৪৯৫০০০০০০।

৪। ১৩৯।

৫। ৫৫৫৫৫।

৪। (৩৫ পৃষ্ঠা)।

১। ৪৯২, ৬১৫, ৭৩৮, ৮৬১, ৯৮৪, ১১০৭।

২। ৭৭৯০, ৮৫৬৯, ৯৩৪৮, ১০১২৭, ১০৯০৬।

৩। ১৫১৮৫১৮৩৮১৭, ৫৬২৯৬২৯১২২৪, ৯৭৩০৭৩৯৮৬৩১।

৪। ৪০১৩০২২০১৫০০, ৬০১৯০৩২০২১০০।

৫। ৩৬২৮৮০।

৬। ৩৮৪০।

৭। ৯৪৫।

৫। (৪১ পৃষ্ঠা)।

১। ২৪৬ বাকী ৪, ২০৫ বাকী ৪, ১৭৭ বাকী ৫, ১৩৭ বাকী ১।

২। ৭৮ বাকী ৯, ৭১ বাকী ৮, ৬৫ বাকী ৯, ৬০ বাকী ৯।

৩। ১৫৬ বাকী ৩৭২।

৪। ২৪৬৯১৩৫৭ বাকী ৪, ১২৩৪৫৬৭৮ বাকী ৯, ৮২৩০৪৫২ বাকী ৯, ৬১৭২৮৩৯ বাকী ৯।

৫। ৮০০০৪ বাকী ৪৯৪১।

৬। ১০২০৩০ বাকী ৪, ৫১০১৫ বাকী ৪, ১০১০২ বাকী ২, ৫০৫১ বাকী ২।

৬(১)। (৫৮ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ৬, ১৬, ১২, ২৩। (২) ১৫, ২৫, ১২১, ১৯। (৩) ৯।
(৪) ৬, ১২। (৫) ৫। (৬) ২।

২। (১) ১০৮, ৪২, ১২৬, ৫৯৫। (২) ৯৩৭২, ১৫৫৫৪।
(৩) ১৩৫৪৮০৭০ ১২৩৬২৬১৪১। (৪) ২৫২০।
(৫) ৪৫০৪৫। (৬) ১৬৮০।

৬ (২)। (৫৮ পৃষ্ঠা)।

১। ক ব হাতে ৩, খ ব হাতে ৬, গ ব হাতে ৯।
২। ১০ বৎসবেব, ১৯ বৎসব, ৯ বৎসব।
৩। ১৫ বৎসব, ৬৫ বৎসব। ৪। ১৮৭৫। ৫। ১৬, ১৬।
৬। ১৮। ৭। ১৩ টাকা।
৮। ১ম শ্রেণিতে ১৫, ২য় শ্রেণিতে ২০, ৩য় শ্রেণিতে ৩০।
৯। ২। ১০। ১৭৯। ১১। ১২ জনকে, ৯টি।
১২। ৬০। ১৩। পুত্রেবা প্রত্যেকে ৬০০, কন্যা ৩০০।
১৪। ক পাইবে ২৲ টাকা, খ পাইবে ৪৲ টাকা, গ পাইবে ১২৲ টাকা।
১৫। ১২। ১৬। (১) ২৫। (২) ২১। (৩) ১।

৭। (৭১ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ১$\frac{১}{৩}$। (২) ১$\frac{৫}{৬}$। (৩) ২। (৪) ২$\frac{১১}{১৪}$। (৫) ১০$\frac{৯}{২০}$।
২। (১) $\frac{৪}{৩}$। (২) $\frac{১৭}{৫}$। (৩) $\frac{১৪৩}{১২}$। (৪) $\frac{১৮৭}{১১}$। (৫) $\frac{১০০০০০১}{১০০০০}$।
৩। (১) $\frac{১}{৪}$। (২) $\frac{১৩}{২৫}$। (৩) $\frac{১}{২}$। (৪) $\frac{৩}{৫}$। (৫) ১।
৪। (১) $\frac{১৩১}{৪৫}$। (২) $\frac{১}{৬}$। (৩) ২। (৪) ১৫। (৫) ৫।
৫। (১) $\frac{১৩}{৫}$। (২) $\frac{৭}{১৬}$। (৩) $\frac{১১}{৯০}$। (৪) $\frac{১১০}{১১}$। (৫) $\frac{৫}{৩৭}$।

৬। (১) $\frac{৭০}{৬০}$, $\frac{২০}{৬০}$, $\frac{২৫}{৬০}$, $\frac{২২}{৬০}$।
(২) $\frac{৪২০}{২৫২০}$, $\frac{৬৩০}{২৫২০}$, $\frac{৩১৫০}{২৫২০}$, $\frac{১৮০০}{২৫২০}$, $\frac{২৫২০}{২৫২০}$।
(৩) $\frac{৬৭২}{৮৪০}$, $\frac{৭০০}{৮৪০}$, $\frac{৭২০}{৮৪০}$, $\frac{৭৩৫}{৮৪০}$।
(৪) $\frac{২৭}{৭২}$, $\frac{৩২}{৭২}$, $\frac{২৪}{৭২}$, $\frac{২৮}{৭২}$। (৫) $\frac{১২১}{১৩৩২}$, $\frac{১২৪}{১৩৩২}$, $\frac{১২৩}{১৩৩২}$, $\frac{১১১}{১৩৩২}$।

৭। (১) $\frac{২}{৩}$, $\frac{৫}{৮}$, $\frac{১}{২}$, $\frac{২}{৫}$। (২) $\frac{৫}{৯}$, $\frac{৭}{১০}$, $\frac{৮}{১২}$, $\frac{৩}{৫}$।
(৩) $\frac{৫}{৯}$, $\frac{৪}{৮}$, $\frac{৩}{৭}$, $\frac{২}{৬}$, $\frac{২}{৫}$। (৪) $\frac{১৮}{৩০}$, $\frac{১৮}{৪০}$, $\frac{৯}{২০}$, $\frac{২৭}{৫০}$।
(৫) $\frac{২২}{২৪}$, $\frac{২৭}{৭২}$, $\frac{১৫}{৫১}$, $\frac{১৮}{৮৪}$।

৮। (৭৩ পৃষ্ঠা)।

১। ২$\frac{২৩}{২৪}$। ২। ২$\frac{৮৯}{১২০}$। ৩। ৩৯$\frac{৫৩৬}{৫৮০}$।
৪। $\frac{২৩৪১৭}{২১৬০০}$। ৫। ১$\frac{৮৭৩}{১৪৪০}$।

৯। (৭৫ পৃষ্ঠা)।

১। $\frac{৩}{৪০}$। ·। ১৭$\frac{১}{৬৬}$। ৩। ৮$\frac{২}{১১১}$। ৪। ১$\frac{১}{৬}$। ৫। ৪$\frac{২}{৬}$।

১০। (৭৭ পৃষ্ঠা)।

১। $\frac{৫}{১৪}$। ২। $\frac{১}{৬}$। ৩। $\frac{৯}{৩৫}$। ৪। $\frac{৪৪}{৬৩}$। ৫। $\frac{৪৯}{৬৫}$।

১১। (৮৩ পৃষ্ঠা)।

১। ৫। ২। $\frac{২}{৯}$। ৩। ৯। ৪। ৩$\frac{৩}{৭}$। ৫। ১$\frac{৮২}{৪৩১}$।

১২। (৮৩ পৃষ্ঠা)।

১। (১) $\frac{৯}{২৫৭}$। (২) ১$\frac{১}{১৮}$। (৩) ২৪০। (৪) $\frac{২}{৫৩}$। (৫) ১$\frac{১}{৬}$।
২। ৪৫ হাত। ৩। $\frac{১৭}{৩৭}$। ৪। $\frac{২৬}{৮১}$। ৫। $\frac{৮}{২৫}$, $\frac{১}{২}$।
৬। ১$\frac{১}{৬}$ দিনে।

১৩। (৮৭ পৃষ্ঠা)।

১। ·৩, ·৭, ·০৫, ·৫৫, ·০২৫।

২। দুই শততমাংশ, এক ও তিন শততমাংশ, কুড়ি ও দুই দশসহস্রতমাংশ, একশত তেইশ ও চারিশত ছাপ্পান্ন সহস্রতমাংশ, পাঁচশত লক্ষতমাংশ।

৩। $\frac{৩}{১০}$, $\frac{১২}{১০০}$, ১০$\frac{১}{১০০০}$, $\frac{৪}{১০০০০}$, ২$\frac{৩০৫}{১০০০০}$।

৪। ৩, ·৩, ১৫·৫০, ৪৫৫৪·, ·০৩০।

৫। ·০০০১, ·৫০০৫, ০৪৮২৬১০, ৫·৭৯১১, ৭·৭০২৫।

১৪। (৮৮ পৃষ্ঠা)।

১। ১৩৭১·৬৫২৯৫। ২। ৩০৩৪·৮০৩৯। ৩। ১·০৬২৭২৩।
৪। ১৩৭০৩·৭০৫৬৯। ৫। ১৫৮৩·০০৯৫৫।

১৫। (৮৯ পৃষ্ঠা)।

১। ৪৪·৩৭। ২। ১·৯৭। ৩। ৬৪৩·৯৯০৪।

৪। ২·৯৯০০১। ৫। ·০১৪৭০৪৩৮০।

১৬। (৯১ পৃষ্ঠা)।

১। ১০৮·৭৮। ২। ৫·৯। ৩। ·০১১৩৬।

৪। ১০৭৪·১৭৬১০৩। ৫। ৩৫·৯৪০৪৭৬।

১৭। (৯৪ পৃষ্ঠা)।

১। ২৪। ২। ১৭০। ৩। ৩০৩০০।

৪। ১৮·৬৪২৩। ৫। ৯·৫৮৯০।

১৮। (১০২ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ৫, ·২৫, ·১২৫, ·০৬২৫, ·০৩১২৫।

(২) ·৫, ২, ৭৫, ·২, ৩।

(৩) ·২, ·০৪, ·০০৮, ·০০০১৬।

(৪) ·৭৫, ৮, ·৪, ৮৭৫।

২। (১) ৪২৮৫৭১, ·৫, ·৮১, ·৮৬৬১৫৩।

(২) ·৩৮৪৬১৫, ·৯৫২৩৮০, ·৮৩, ·৫৭১৪২৮।

৩। (১) $\frac{৭}{২০}$, $\frac{৯}{১১}$, $\frac{৩১}{৩৩}$, $\frac{৩১}{৩৩৩}$।

(২) ৫$\frac{৭১}{৯০}$, ৪$\frac{৬২}{৯৯}$, ২$\frac{১৭}{৪৫}$, ৯$\frac{৮}{৪৫}$।

(৩) $\frac{১৩}{১৮}$, $\frac{৭}{৯}$, $\frac{৭৩}{৯০}$, ৮$\frac{৫}{৯}$, $\frac{৬১}{৯০}$।

১৯। (১১১ পৃষ্ঠা)

১। ৭০·৩৭০৩৫। ২। ৭·৪৩৮১১।

৩। ২·৪৭৯১৪। ৪। ৮৪·১৯৪৬৫।

৫। ২০৪·৩১২৩৪। ৬। ·৩০৩৭, ·০৩১৯৮।

৭। ১·২৪৯৯৯। ৮। ·০৫, ·২, ·০১৮৫, ৪৫।

২০। (১১১ পৃষ্ঠা)

১। (১) ১২·৫১২।   (২) ২৬৯৫০০·৩৪৯৯৫।
   (৩) ১·৭৫৯৮।   (৪) ·২।   (৫) ৬·০৮৬।
২। ১·৮২৮৯৬।   ৩। ৪·২৬।   ৪। ৪৭৯৮·৯০২৬।
৫। ১০০০০·৮৯৯৯।   ৬। ৫।
৭। ·১১৭৬৪৭০৫৮৮২৩৫২৯৪।   ১০। ·৭৮৫৩।

২১। (১২৫ পৃষ্ঠা)

১। ২৪৬৪ পাই, ৫৶৪ পাই।
২। ৫০৬৭ পেনি, ২ পাউণ্ড ১ শিলিং ৮ পেনি।
৩। ৬৭৯২ গ্রেন, ২ আউন্স ১১ পেনিওয়েট ১০ গ্রেন।
৪। ৮১৪২০ কাঁচ্ছা, ।২॥০ সের।
৫। ৫২৫৯৬০ মিনিট, ২ দিন ৪৬ দণ্ড ৪০ পল।

২২। (১২৮ পৃষ্ঠা)

১। ২০৫৯॥/২ পাই।   ২। ৮৯ পাউণ্ড ১৩ শিলিং ৩$\frac{১}{৪}$ পেনি।
৩। ২১০॥৫॥০ ছটাক।   ৪। ৩২ গজ ১ ফুট ৭ ইঞ্চ।
৫। ৫০॥৩/।৶০ পঞ্চাশ বিঘা তের কাঠা সাত ছটাক।

২৩। (১৩০ পৃষ্ঠা)

১। ৩৻১১ পাই।   ২। ১৭৸৵৯ পাই।
৩। ১০ পাউণ্ড ১৮ শিলিং ৯$\frac{৩}{৪}$ পেনি।   ৪। ১১॥০ সের।
৫। ১৫ ঘণ্টা ৫৫′ ১″।

২৪। (১৩৩ পৃষ্ঠা)

১। ১৬৬।৵০, ২৪৯॥/০, ৩৩২৸০।
২। ১২৯৸৩, ১৫৫॥৶৬, ২০৭॥৵০।
৩। ৪৬ পাউণ্ড ১১ শিলিং ৬ পেনি, ৭৭ পাউণ্ড ১২ শিলিং ৬ পেনি।
৪। ৪২ সপ্তাহ ১১ ঘণ্টা ৩০′, ৫৬ সপ্তাহ ১৫ ঘণ্টা ২০′।
৫। ২৬০৸৯/০ ছটাক, ৫৫৬৸০ সের।

২৫। (১৩৬ পৃষ্ঠা)

১। ৫॥৶/$\frac{৩}{১৩}$ পাই, ৪॥৶/১০$\frac{২}{৪}$ পাই, ৪/$\frac{৩}{১৪}$ পাই।

২। ১০‹১০$\frac{২}{১৫}$ পাই, ৯।৵/৯$\frac{১}{২}$ পাই, ৮।৵/$\frac{৫}{৯}$ পাই।

৩। ৩ পাউণ্ড ২ শিলিং ১১$\frac{৫}{৯}$ পেনি, ৩ পাউণ্ড ৫$\frac{১}{৩}$ পেনি।

৪। ১ হান্দর ৩ কোয়াটার ২৩$\frac{১}{৩}$ পাউণ্ড, ৩ কোয়াটাব ১৯$\frac{১৭}{১৯}$ পাউণ্ড।

৫। ১৫$\frac{২২২}{৩৩৭}$। ৬। ৪$\frac{২৬}{৫১}$। ৭। ৭$\frac{৯}{৬৮}$।

৮। ৫$\frac{৩}{৬৯}$। ৯। ১৯৮$\frac{২৫}{১৭}$।

২৬। (১৩৭ পৃষ্ঠা)

১। ১৪৭১।৶০। ২। প্রত্যেক রকমের ৭৫ টি।

৩। ১০ জন বাজ, ২০ জন মজুব।

৪। ১৮৭৫০০ মণ, ১১৭১৯ খানি গাড়ি, শেষ গাড়িতে ১২ মণ।

৫। ৩০০০০০০০ মণ, ১৫০০০০০০০ টাকা।

৬। ৩১২৫০০০ টাকা। ৭। ২৯০৪০০০০০০ বিঘা।

৮। ১১৩৫৬৫৭৬০ বিঘা। ৯। ৮১৮০ দিন।

১০। ৫৭০৯৬ বাব।

২৭। (১৪০ পৃষ্ঠা)

১। (১) ২৸৵/২$\frac{২}{৩}$ পাই। (২) ৫৻৮ পাই। (৩) ৭।৩।০ ছটাক।
(৪) ৭।৯।০ ছটাক। (৫) ২ ঘণ্টা ৩৯´।

২। (১) $\frac{২}{৩}$। (২) ·১। (৩) $\frac{১}{১৮}$।
(৪) ·৫। (৫) $\frac{৫}{১৬}$।

২৮। (১৪২ পৃষ্ঠা)

(১) ৪৸৵/১০$\frac{২}{৫}$ পাই। (২) ১৮ শিলিং ৬ পেনি।
(৩) ৩৷৵/২$\frac{২}{৫}$ পাই। (৪) ২।৪।/০ ছটাক। (৫) ২·০১১$\frac{১}{৪}$″।

২৯। (১৪৩ পৃষ্ঠা)

১। ৩/৮ পাই। ২। ৶৪ পাই। ৩। ১ টাকা।

৪। ১০ শিলিং। ৫। ২ পাউণ্ড ৪ শিলিং ৯ পেনি।

৩০। (১৪৫ পৃষ্ঠা)

১। ১।$\frac{৩}{৪}$ পাই। ২। ১৭।৵$\frac{৩}{৫}$ পাই। ৩। ১৯।৶৯$\frac{৩}{৪}$ পাই।
৪। ১৭ শিলিং $\frac{২}{৩}$ পেনি। ৫। ।৫৵$\frac{২}{৫}$ ছটাক।

৩১। (১৪৭ পৃষ্ঠা)

১। ৸০ আনা। ২। ৪। ৩। ৫ ফুট।
৪। ৬′।৮″ ইঞ্চ। ৫। ১৩ পাউণ্ড ১৪ শিলিং ১০$\frac{৩}{৪}$ পেনি।

৩২। (১৫২ পৃষ্ঠা)

১। ১০৬।০ আনা। ২। ২১২ টাকা।
৩। ৪২ পাউণ্ড ১২ শিলি ৬ পেনি। ৪। ২১৮ পাউণ্ড ৫ শিলিং।
৫। ১০৩।/৯ পাই।

৩৩। (১৬১ পৃষ্ঠা)

১। (১) ৬। (২) ১৮$\frac{২}{৩}$। (৩) ১।০ কাঠা।
(৪) ৭॥০ কাঠা। (৫) ১৮ পাউণ্ড।
২। (১) ৪৫। (২) ১৪.৪। (৩) ১=।
(৪) $\frac{১}{১৬}$ আনা। (৫) ১$\frac{১}{৪}$ শিলিং।

৩৪। (১৬৯ পৃষ্ঠা)

১। ১৮৸০ আনা। ২। ১৬ মণ।
৩। ২০ হান্দর। ৪। ১৸৵০ আনা।
৫। ৬০ টাকা। ৬। ১৫০০ টাকা।
৭। ৬০০ পাউণ্ড। ৮। ৩৮৪০০ টাকা।
৯। ।৶০ আনা। ১০। ৬ টাকা।
১১। ১৯॥৶০ আনা। ১২। ৫০.২৫৭ বর্গফুট।
১৩। ২২৫০০ টাকা। ১৪। ৭৭৩॥০ আনা।
১৫। ক ৬০০ টাকা ও খ ৮০০ টাকা পাইবে।
১৬। $\frac{৪}{১১}$ ইঞ্চ, ২$\frac{৩}{৪}$ বিঘা। ১৭। অপরাহ্ণ ১২টা ৪৯$\frac{৮}{১১}$$\frac{২}{১১}$′।
১৮। ৫৪ জন লোক। ১৯। ১′$\frac{৫}{২২}$″, ৫৩০ গজ।

২০। ১০০০০ টাকা। ২১। ৫ মাসে।
২২। ৪৫৬।• সের। ২৩। ১ টার ৩৮$\frac{২}{১১}$´ পবে।
২৪। ১ টার $\frac{৪৫}{১১}$´ পবে।

৩৫। (১৮১ পৃষ্ঠা)

১। (১) ১৪$\frac{২}{৫}$ টাকা। (২) ২৩$\frac{৭}{১৫}$ টাকা। (৩) ১২২৮$\frac{৪}{৫}$ টাকা।
(৪) ২১০$\frac{২}{১৩}$ টাকা। (৫) ২২৫ টাকা।

২। ১০ বৎসবে। ৩। ৬$\frac{১}{৪}$ বৎসবে।

৪। ৩$\frac{১}{৮}$ বার্ষিক শতকবা। ৫। ৬$\frac{১}{৪}$ বার্ষিক শতকরা।

৬। (১) ১৬০৮ টাকা। (২) ১০০২ টাকা। (৩) ১৬৫॥০ আনা।
(৪) ১৬৩২ টাকা। (৫) ৮২৭৫ টাকা।

৭। (১) ৮৯$\frac{২}{৭}$ টাকা, ১০$\frac{৫}{৭}$ টাকা।
(২) ১৮১$\frac{৪৫}{১১}$ টাকা, ১৮$\frac{২}{১১}$ টাকা। (৩) ৭০০ টাকা, ৮৪ টাকা।
(৪) ৭৫০ টাকা, ২৭০ টাকা। (৫) ৫০০ টাকা, ৭৫ টাকা।

৩৬। (১৮৫ পৃষ্ঠা)

১। (১) ৫০০০ টাকাব। (২) ৫০০০ টাকাব।
(৩) ৬০০০০ টাকাব। (৪) ৪০০০ টাকাব।
(৫) ২৫০০০ টাকাব।

২। (১) ৯১০০ টাকা। (২) ১২৬০০ টাকা।
(৩) ২০২ টাকা। (৪) ৫২৮ টাকা।
(৫) ১৭২৮ টাকা।

৩। (১) ৪০০ টাকা। (২) ৪৫০ টাকা।
(৩) ৫৬০ টাকা। (৪) ১৮০০ টাকা।

৪। (১) দ্বিতীয় প্রকাবেব। (২) দ্বিতীয় প্রকারের।
(৩) দ্বিতীয় প্রকাবেব। (৪) দ্বিতীয় প্রকারের।

৩৭। (১৮৮ পৃষ্ঠা)

১। প্রথম ব্যক্তি ৬০০ টাকা, দ্বিতীয় ৭৫০ টাকা।

২। ক ৭২০ টাকা, খ ১০৮০ টাকা, গ ১২০০ টাকা।

৩। ক ৬০০ টাকা, খ ১৮০০ টাকা।

৪। ক ২৮৮ টাকা পাইবে, খ ২৮৮ টাকা, গ ৩২৪ টাকা।

৫। ক ৩১৫ টাকা পাইবে, খ ২৮০ টাকা, গ ৩১৫ টাকা।

৩৮। (১৯৩ পৃষ্ঠা)

১। ১২৸/৪ পাই। ২। ১৷/০ আনা। ৩। ৪ টাকা।

৪। ৩, ১, ১। ৫। ২, ২।

৩৯। (২০২ পৃষ্ঠা)

১। (১) ২১, ৩১, ৯৯, ১১১। (২) ৪১, ৫১, ৩৩৩।

(৩) ২৫, ৩৫, ৪৫, ৭৫। (৪) ১২৩, ২৩৪, ১৩৫।

(৫) ১১১১, ১০০১।

২। (১) ১, ১·৪১৪২ , ১·৭৩২০ .., ২, ২·২৩৬০ ,
২·৪৪৯৪..., ২·৬৪৫৭ , ২·৮২৮৪ ..।

(২) ·৩১৬২..., ·০৪৪৭ , ১০·০০৪৯ , ·৯৪৮৬ ..।

(৩) ৩·৩১৬৬.. , ২·৪৬৪১..., ৩·৬০৫৫ .., ৩·৭৪১৬ . ।

(৪) ·৭০৭১..., ·৫৭৭৩ .., ·৪৪৭২ , ·৪০৮২ ।

৫) ·৮১৬৪..., ·৫২২২ , ১৭/৯।

৩। ৭·০৭১০... বিঘা।

৪। ১৫৫·৫৬২ . গজ।